格子ボルツマン法による沿岸域津波の2D-3Dハイブリッド・シミュレーション

東北大学 学生会員 ○福井 貴也
東北大学大学院 正 会 員 越村 俊一
東北大学大学院 学生会員 荒木 健

1. はじめに

格子ボルツマン法 (以下LBM) とは，分子動力学に基づく数値流体解析手法である．流体を格子上を移動する仮想な粒子の集合体として近似し，粒子の並進・衝突の時間発展を格子ボルツマン方程式により計算して，マクロな流れ場の諸量を求める解析手法である．

海岸工学分野では，浅水理論と等価なLBM (Zhou, 2004) により津波陸上溯上解析が試みられている．しかし，複雑な流れ場を再現するためには，3次元問題へ対応が必要となる．また，大規模計算を効率良く行なうために，沖合部では従来通り長波近似を行うべきである．本研究では3次元問題に対応したLBM (3D–LBM) の開発に並行して，既存の平面2次元の問題に対応したLBM (2D–LBM) とのハイブリッド・シミュレーションの手法を確立し，その検証を行う．

2. 格子ボルツマン法

(1) 流体運動のモデル化

LBMでは，2次元計算において2次元9速度格子 (D_2Q_9) モデル，3次元計算において3次元19速度格子 (D_3Q_{19}) モデルを用いる．仮想粒子の運動は図1で示した方向のみに制限される．

またLBMでは粒子分布関数の発展方程式を解く．粒子分布関数とは，時間tにおいて，位置$\boldsymbol{x}$の格子点上に存在する粒子の，i方向の速度ベクトルを持つ粒子の数を示す関数であり，$f_i(\boldsymbol{x}, t)$で表される．その定義から，巨視的変数である密度は$\rho = \sum_i f_i$となり，流速は$\boldsymbol{u} = \sum_i \boldsymbol{e}_i f_i/\rho$となる．

(2) 局所平衡とそのときの粒子分布

LBMでは局所平衡分布関数として時空間に対して離散化したMaxwell-Boltzmann 分布を用いる．非圧縮流体における局所平衡分布関数$f_i^{eq}(\rho, \boldsymbol{u})$は以下のようになる．

$$f_i^{eq}(\rho, \boldsymbol{u}) = w_i\rho\left[1 - \frac{3}{2e^2}\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{u} + \frac{3}{e^2}\boldsymbol{e}_i^T\boldsymbol{u} + \frac{9}{2e^4}(\boldsymbol{e}_i^T\boldsymbol{u})^2\right]$$
$$\textit{where} \quad w_1 = \frac{4}{9},\ w_{2,\dots,7} = \frac{1}{18},\ w_{8,\dots,19} = \frac{1}{36} \qquad (1)$$

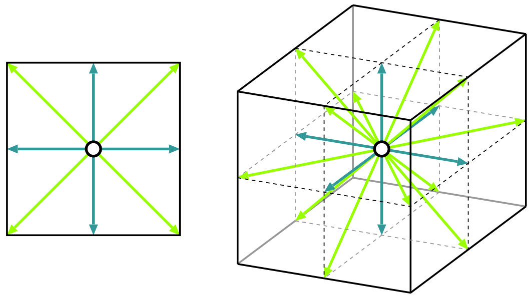


図-1 仮想粒子の運動方向

(3) 格子ボルツマン方程式

ボルツマン方程式の衝突演算子について，局所平衡状態周りでTaylor展開し，格子BGKモデルを適用する．その結果，以下の格子ボルツマン方程式が導かれる．

$$f_i(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{e}_i\Delta t, t + \Delta t) = f_i(\boldsymbol{x}, t) - \frac{f_i(\boldsymbol{x}, t) - f_i^{eq}(\rho, \boldsymbol{u})}{\tau} \qquad (2)$$

格子BGKモデルにおいて，全ての方向の粒子分布について1回の衝突ごとに$1/\tau$ごとに非平衡量が減少していく．ここでτは単一時間緩和係数と呼ばれる流体の粘性を表すパラメータで，流体の動粘性係数νと以下のような関係が成り立っている．νは当然正の値をとる必要があるから，$\tau > 1/2$が安定条件となる．

$$\tau = 3\nu\frac{\Delta t}{\Delta x^2} + \frac{1}{2} = 3\nu_l + \frac{1}{2} \qquad (3)$$

3. 自由表面探索法

本研究では，各セルにおける巨視的変数として，密度ρ，流速$\boldsymbol{u}$に加え質量mと流体充填率ϵを定義する．ただし，$\epsilon = \rho/m$である．そしてVOF法の類推から，図2のように各セル内の流体の充填率ϵに応じてその属性を空隙 (G) セル，界面 (If) セルおよび流体 (F) セルに分類する (Thürey, 2007)．Fセルは従来通り取り扱い，Gセルは計算では考慮しない．Ifセルでは特別な操作を行ない，その界面セルの位置により自由表面を追跡する．

格子ボルツマン法，VOF法，2D-3Dハイブリッド・モデル，津波氾濫流
仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-11-1106，TEL: 022-795-7515，FAX: 022-795-7514

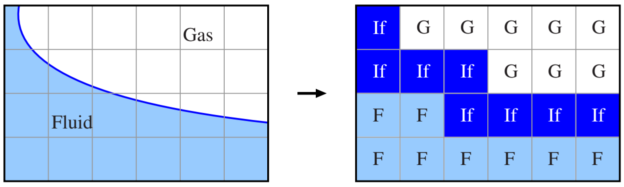


図-2　自由表面再現のイメージ

各セルの充填率の時間発展により，界面セルが「流体で満たされた $(\epsilon > 1+\kappa)$」か「空になった $(\epsilon < -\kappa)$」かを判断する．そして，界面セルにおいて生じる余分な（不足した）質量は質量保存するように周囲のセルへ分配し，セルの状態を変換する．ここで，κはセル変換ににともなう充填率の閾値である．

4. 数値計算例

(1) 3D計算：ダムブレーク問題

縦1 m×横1 m×奥行0.5 mのアクリル製実験水槽を用いて，ゲート急開により発生する流れ場の再現実験を行なった．高速ビデオカメラで撮影した実験画像から水位算出し，計算結果と比較することで3Dモデルの精度を検証する．空間分解能は100×100×50 (case 1) とその2倍 (case 2) で，四方の壁面およびゲートの境界条件にはmirror条件 (slip条件) を用いた．図3に水面形の時間変化の解析結果と実験結果の比較を示す．ゲート急開後の水位の時系列がほぼ一致しており，今回のケースでは水の挙動の特徴を良く表していることが確認できる．

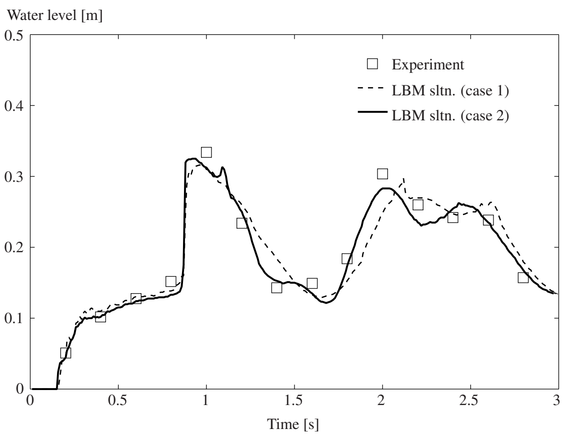
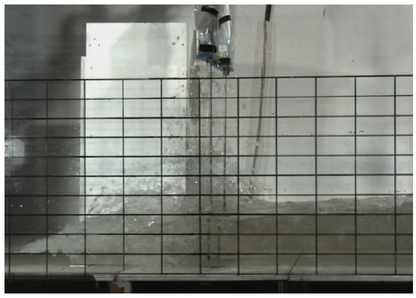


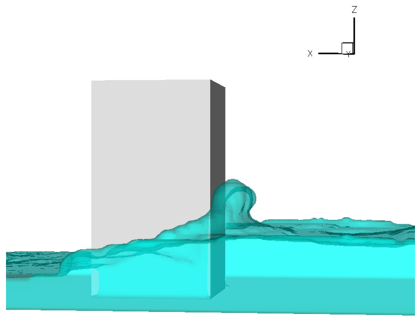
図-3　決壊地点より下流側の水位の時系列

(2) 2D-3Dハイブリッド計算：津波氾濫流

長さ11 m×幅0.9 mの開水路に3つの0.3 m四方の障害物を設置し，段波により，構造部周辺の津波氾濫流を再現する．高速ビデオカメラで撮影した実験画像と計算結果を比較する事で2D-3Dの併用効果を検証する．$\Delta x = 0.01$ m とし，障害物の前後0.5 mのみ3Dで計算した．境界条件にはbounce-back条件 (no-slip条件) を用いた．図4に水面形の時間変化の解析結果と実験結果の比較を示す．段波が障害物に到達した後の水面形がほぼ一致しており，鉛直方向の運動が卓越する様な現象を良く表していることが確認できる．



(a) 実験画像



(b) 計算結果（3D計算領域）

図-4　段波到達直後の障害物周辺の水面形

5. 結論

本研究ではLBMの3次元における自由表面追跡アルゴリズムおよび2D-3Dハイブリッド・モデルを構築した．そして自由表面の時間的変化について検証を行い，水面形の再現性においてLBM解はおおむね良好であることを確認した．また，大規模計算を高精度かつ高効率で行なうことが可能となった．

この手法は計算に大量の物理メモリ量が必要となり，それが計算の並列化に悪影響を及ぼす．そのため，アルゴリズムの改良やGPUコンピューティングによるさらなる計算の高速化が課題となる．

参　考　文　献

Zhou, J. G. (2003)：Lattice Boltzmann Method for Shallow Water Flows. Springer

Thürey, N. (2007)： Physically based Animation of Free Surface Flows with the Lattice Boltzmann Method.　University of Erlangen–Nuremberg, Phd-Thesis, 145p.