

津波コーダの減衰中期・長期のエネルギーの時間・空間的变化特性について

泉宮 尊司¹⁾

1. 緒言

2011 年 3 月 11 日に発生した東北地方太平洋沖地震津波により、東北地方沿岸部をはじめとして甚大なる被害が発生した。津波高が 10m を超える津波が陸上部を遡上したため¹⁾、数多くの家屋が流されると共に多くの人命が奪われた。沿岸部には瓦礫が蓄積して、速やかな救助活動をも妨げる状況であった。救命・救急活動や道路啓開の作業を開始するには、津波が十分に収束してある高さ以下になる時間を待つ必要がある。しかしながら、津波の減衰メカニズムについては未だ不明な点が少なからず存在し、前もって減衰時間を精度よく予測することは困難であった。

林ら^{2),3),4)}は、津波減衰過程を理解し、津波警報解除や救助活動再開のタイミングを明らかにすべく、数多くの津波後続波の時系列データを収集して、指数型減衰の時定数を算定した。また、Rabinovich ら⁵⁾や Saito ら⁶⁾も DART による観測データを用いて、2011 年太平洋沖地震津波の太平洋全体における津波減衰特性を調査し、短周期波よりも長周期波の方が減衰時間が長くなることを指摘している。今井ら⁷⁾は同じく 2011 年太平洋沖地震津波の日本沿岸における減衰特性を詳しく調べて、沖合よりも沿岸の観測点の方が 10 ~ 30 時間程度減衰時間が長くなることを明らかにしている。

このように指数型時間減衰の時定数に関しては、推定値が蓄積されてきたが、津波コーダの指数型時間減衰との相違点や、そのエネルギーおよび振幅の水深依存性、および津波コーダの周波数スペクトル特性に関しては、Kulikov ら⁸⁾や Rabinovich ら⁹⁾の研究がある

に過ぎず、未だ不明な点も多い。

そこで本研究では、津波コーダの減衰中期・後期のエネルギーの時間・空間的变化特性に着目して、津波コーダの水深依存性や空間分布を理論的に明らかにし、その周波数毎の振幅の時間変化や周波数スペクトルの特性を明らかにする。

2. 津波コーダの時間・空間的減衰特性

(1) 津波コーダの振幅の減衰過程

津波コーダの減衰に関しては、局所的な地点における時間的減衰だけでなく、空間的な分布もエネルギー平衡の観点から重要な要素と成り得る。著者¹⁰⁾は、近地津波による陸棚捕捉波の減衰および巨大遠地津波の減衰に関して、それらの津波コーダのエネルギー E が、次式で表されるものと仮定した。

$$E = \zeta_p^2 f(x, y) \quad (1)$$

ここに、 ζ_p は沿岸の P 地点における振幅であり、時間のみ関数である。また、 x および y は任意の地点の空間座標、 $f(x, y)$ はエネルギーの空間分布である。上の関係式は、エネルギー流束の等方性がほぼ成立し、津波コーダのエネルギー時間減衰率がエネルギーの空間分布に応じて変化することを示している。しかしながら、式 (1) の関係がなぜ成立するかについての理論的な証明は行っていないので、後ほどその説明することにする。

津波コーダのエネルギー E が、式 (1) で表されるとき、近地津波による陸棚捕捉波の時間減衰は、エネルギー保存則を用いて次式で表されることが示されている¹⁰⁾。

$$\zeta_p = \frac{K}{t+c} \quad (2)$$

¹⁾ Coastal Techno-Solutions

ここに、 t は時間、 K および c はある定数である。この関係式は、地震学の分野では、余震数の減衰を示す大森公式¹¹⁾ と同一であり、また水文学の分野における降雨強度と降雨継続時間との関係を示す Talbot 式¹²⁾ と同等である。

巨大な遠地津波の減衰に関しては、Munk¹³⁾ および Van Dorn¹⁴⁾ らによって音響学的アナロジーの観点から取扱われており、著者¹⁰⁾ は津波のエネルギー保存則を用いて、指数関数的に減衰することを理論的に示している。

$$\zeta_p = \zeta_0 e^{-at} \quad (3)$$

ここに、 ζ_0 は $t=0$ における振幅、 a は減衰係数である。同じ津波の時間減衰でも、近地津波と巨大な遠地津波で異なるのは、前者は底面摩擦等によるエネルギー逸散が主因であるのに対して、後者は他の海洋や海へのエネルギー流出や大陸棚でのエネルギーの逸散が主要因で減衰が生じていることに起因している。

いま、振幅を a として 2 種類の津波の減衰に関連する振幅の変化を表す関係式を示すと、

$$\frac{da}{dt} = -Ka^2, \quad a = \frac{K^{-1}}{t+c} \quad (4)$$

$$\frac{da}{dt} = -Ka, \quad a = Ae^{-Kt} \quad (5)$$

となる。式 (4) と式 (5) の違いは、減衰項の a のべき乗が 1 異なるだけである。なお、上式をエネルギー E に直して記述すると、それぞれ

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} a^2 \right\} = -2\sqrt{2}K E^{\frac{3}{2}} \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} a^2 \right\} = -2K \left\{ \frac{1}{2} a^2 \right\} = -2KE \quad (7)$$

と表される。上式の関係より、前者はエネルギー E の減衰がエネルギーの $3/2$ 乗に比例するのに対して、後者はエネルギー E に比例している。したがって、エネルギーや振幅の減衰は、減衰項がそれらに比例するか、べき乗に比例するかで、このような減衰の差異が生じていることが分る。

(2) 津波コーダのエネルギーの水深依存性

津波の時間減衰に関しては、(1) 節で述べたように、双曲型と指数関数型で減衰しているが、観測地点の水深が異なると、そのエネルギーレベルも異なっていることが、Kulikova⁸⁾ によって明らかにされている。彼らは、周期が 1min ~ 100min の津波のエネルギーが、水深 h の逆数に比例することを DART および NEPTUNE の観測データを用いて明らかにしている。彼らによると、この h^{-1} 則は Rayleigh-Jeans の法則によって、津波のエネルギーが自由度に応じて等分配されることによって生じるとしている¹⁵⁾。しかしながら、それ以上の説明がないために、なぜ h^{-1} 則が成立するのか、明確には分らないままである。

そこで本論文では、多成分波のエネルギー平衡方程式を用いて、 h^{-1} 則が成立することを理論的に示す。ここで、津波が陸地や島により多重反射して、その反射波および回折散乱波が反射位置から十分な距離だけ離れた場所、自由波として多方向からほぼ独立な位相で襲来しているものとする。いま、津波コーダの方向スペクトルを $D = D(f, \theta, x, y, t)$ とすると、エネルギー保存則より、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (CC_g D) + C_g \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} (CC_g D) + \\ & C_g \sin \theta \frac{\partial}{\partial y} (CC_g D) + \frac{C_g}{c} \left\{ \sin \theta \frac{\partial c}{\partial x} - \cos \theta \frac{\partial c}{\partial y} \right\} \cdot \\ & \frac{\partial}{\partial \theta} (CC_g D) = -S_{dis}(f, \theta, x, y, t) \end{aligned} \quad (8)$$

が成立する¹⁶⁾。ここに、 C は成分波の波速、 C_g は同じく成分波の群速度、 f は周波数、 θ は成分波の波向角、 $S_{dis}(f, \theta, x, y, t)$ はエネルギー逸散スペクトルである。

津波コーダの時間減衰の中期・長期になると、水位変動は十分に小さくなり、各成分波の振幅 $a = a(f, \theta, x, y, t)$ も十分に小さくなる。そこで、十分に小さいパラメータを ε とすると、その振幅 a は ε のオーダーとなるために、

$$a(f, \theta, x, y, t) = O(\varepsilon) \quad (9)$$

と表される。方向スペクトル $D(f, \theta, x, y, t)$ は、成分波の振幅の 2 乗に比例するので、

$$D(f, \theta, x, y, t) = O(\varepsilon^2) \quad (10)$$

ε^2 のオーダーとなる。一方、エネルギー逸散スペクトル $S_{dis}(f, \theta, x, y, t)$ は、底面摩擦によるエネルギー損失が底面流速の 3 乗に比例し¹⁷⁾、 $S_{dis}(f, \theta, x, y, t) \propto u_b^3(f, \theta, x, y, t)$ 、流速は成分波の振幅 a に比例するので、 ε^3 のオーダーとなる。

$$S_{dis}(f, \theta, x, y, t) = O(\varepsilon^3) \quad (11)$$

さらに、底面摩擦係数が一般的には $10^{-3} \sim 10^{-2}$ のオーダーであるので、それを ε のオーダーとするならば、エネルギー逸散スペクトルは $O(\varepsilon^4)$ となり、さらに小さい量となる。

したがって、津波コーダ波の振幅が十分に小さくなれば、 ε^2 のオーダーでエネルギーが保存されることを意味している。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(CC_g D) + C_g \cos\theta \frac{\partial}{\partial x}(CC_g D) \\ & + C_g \sin\theta \frac{\partial}{\partial y}(CC_g D) + \frac{C_g}{c} \cdot \\ & \left\{ \sin\theta \frac{\partial c}{\partial x} - \cos\theta \frac{\partial c}{\partial y} \right\} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta}(CC_g D) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、速度ベクトル (v_x, v_y, v_θ) を

$$v_x = \frac{dx}{dt} = C_g \cos\theta \quad (13)$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = C_g \sin\theta \quad (14)$$

$$v_\theta = \frac{d\theta}{dt} = \frac{C_g}{c} \left\{ \sin\theta \frac{\partial c}{\partial x} - \cos\theta \frac{\partial c}{\partial y} \right\} \quad (15)$$

とおくと、式 (12) は次式で表される。

$$\frac{d}{dt}(CC_g D) = 0 \quad (16)$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (17)$$

式 (16) および式 (17) の関係より、 $CC_g D$

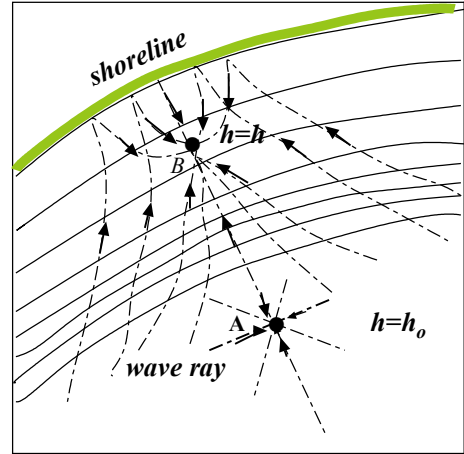


図1 海底地形と成分波の波向線

が特性曲線上で保存されることを意味している。ここで、水深が十分に深い所の諸量を \sim で表すと、

$$CC_g D(f, \theta, x, y, t) = \check{C}\check{C}_g \check{D}(f, \check{\theta}) \quad (18)$$

が成立することになる。上式は、式 (17) の特性曲線上で成立するが、海底地形が平行等深線地形で、沿岸方向に同じ方向スペクトルをもつ場合には、Collins¹⁸⁾ や Izumiya and Horikawa¹⁹⁾ が示しているように、式 (18) の関係は任意の 2 地点で成立する。現実的には、厳密に平行等深線であることはないが、図 1 に示すように、ある短い区間で考えると近似的に平行等深線であるとも可能であり、ある限られた領域ではあるが、任意の 2 地点で近似的に成立する可能性があるとも推測される。

ここで、十分に深い所での海洋の水深を h_0 、浅い方の水深を h とすると、津波はほぼ長波であるので、 $C = C_g = \sqrt{gh}$ と表されるため、式 (18) の関係から次式が成立することになる。

$$hD(f, \theta, x, y, t) = h_0 \check{D}(f, \check{\theta}) \quad (19)$$

ここで、周波数 f と波向角 θ は独立であり、方向スペクトルが周波数スペクトル $S(f)$ と方向分布関数 $G(\theta)$ の積で表されるものとす

ると、

$$hS(f)G(\theta) = h_o\tilde{S}(f)\tilde{G}(\tilde{\theta}) \quad (20)$$

なる関係式が得られる。ここに、 $\tilde{\sim}$ は十分に深い所の諸量を示す。上式より、

$$\frac{G(\theta)}{\tilde{G}(\tilde{\theta})} = \frac{h_o\tilde{S}(f)}{hS(f)} \quad (21)$$

と書くことができるが、上式の左辺は任意の θ と $\tilde{\theta}$ のみ関数であり、右辺は周波数 f のみの関数であるので、式 (21) は定数でなければならない。また、方向分布関数は θ で積分すれば 1 となるため、その定数は 1 となる。したがって、

$$S(f) = (h_o/h)\tilde{S}(f) \quad (22)$$

なる関係式が得られる。上式は、津波コーダが全く等方的であると見なせる場合、 $G(\theta) = \tilde{G}(\tilde{\theta}) = 1/2\pi$ となることから得られる。また、式 (22) は周波数スペクトル $S(f)$ と水深 h との積が一定であることを示しており、周波数スペクトルが沖側と岸側で相似であることを示している。さらに、式 (22) を津波の周波数帯 $f_h \sim f_l$ で積分すると、

$$\eta_{rms}^2 = \frac{h_o}{h} \tilde{\eta}_{rms}^2 \quad (23)$$

なる関係式を得る。ここに、

$$\eta_{rms}^2 = \int_{f_l}^{f_h} S(f) df \quad (24)$$

$$\tilde{\eta}_{rms}^2 = \int_{f_l}^{f_h} \tilde{S}(f) df \quad (25)$$

であり、 f_l および f_h は、津波の低周波側および高周波数側の周波数である。式 (23) は、正に津波コーダのエネルギーの h^{-1} 則を示している。すなわち、津波コーダのエネルギーは、その場所の水深に逆比例して大きく (小さく) なることを示している。この h^{-1} 則の関係は、Fine ら¹⁵⁾ が示しているように、Rayleigh-Jeans の法則に則ってエネルギーの

再配分がなされ、散乱波の統計的な平衡により、 h^{-1} 乗則に従うようになるものと説明されている。しかしながら、水深変化を考慮したより詳細な説明および誘導はなされていない。本研究により、 h^{-1} 則の本質は、水深が変化する場での多方向波のエネルギー保存則であることが明らかとなった。津波コーダの周波数スペクトルの相似性により、津波の各周波数帯に関して、沖合いのエネルギーとの関係式が得られる。

$$\eta_{rms,1}^2 = \int_{f_1}^{f_1+W_1} S(f) df = \frac{h_o}{h} \tilde{\eta}_{rms,1}^2 \quad (26)$$

$$\eta_{rms,2}^2 = \int_{f_2}^{f_2+W_2} S(f) df = \frac{h_o}{h} \tilde{\eta}_{rms,2}^2 \quad (27)$$

ここに、 $\eta_{rms,1}^2$ および $\eta_{rms,2}^2$ は低周波数側および高周波数側の津波コーダのエネルギーであり、 f_1 および f_2 は低周波数および高周波数の代表値で、 W_1 および W_2 は周波数バンド幅である。上式より、津波の各周波数帯 (周期帯) のエネルギーも相似な関係にあり、そのエネルギー比は一定であることが分る。

ここで、本題である津波コーダのエネルギーの空間分布 $f(x,y)$ を求めることにする。式 (22) を周波数で積分すれば、エネルギー E が得られるので、P 地点のエネルギーを E_p とすると、

$$E_p = \zeta_p^2 = \frac{h_o}{h_p} E_o \quad (28)$$

$$E = \frac{h_o}{h} E_o = \frac{h_p}{h} \zeta_p^2 \quad (29)$$

なる関係より、

$$f(x,y) = \frac{h_p(x_p,y_p)}{h(x,y)} \quad (30)$$

となる。上式より、エネルギーの空間分布関数 $f(x,y)$ は、2 地点 (x_p,y_p) と (x,y) の水深の比で表され、水深 $h(x,y)$ が小さいほどエネルギーが大きくなることを示している。

次節では、2011 年東北地方太平洋沖地震津波の観測データを用いて、式 (22) から (27) の関係が成立しているかを検証する。

(3) 2011年東北地方太平洋沖地震津波の観測データとの比較

前節で示した津波の減衰特性が、実際に観測された津波コーダに対して、どの程度成立しているかを調べるために、国土交通省港湾局および港湾空港技術研究所で管理・運営されているNOWPHASの2011年3月11日に発生した東北地方太平洋沖地震津波の観測波形を用いて検証した。本研究で用いたデータは、御前崎沖(水深120m)、三重尾鷲沖(水深210m)、和歌山南西沖(水深201m)、徳島海陽沖(水深430m)のGPSブイの水位データ、および高知(水深24.1m)の潮位データである。なお、東日本のGPSおよび潮位観測データを用いなかったのは、欠測期間が数箇所あり、長期的な変化を推定することができなかったためである。

図2は、地震発生30～36時間後の津波コーダの周期帯毎のエネルギー η_{rms}^2 と水深 h との関係を示したものである。津波の周期帯は、30～70 min、15～30 minおよび5～15 minである。図中の $\sim h^{-1}$ で示される1点鎖線は、 h^{-1} に比例する関係式である。この図によると、津波の周期が30～70 minのデータにはやや大きい変動が見られるが、それぞれの周期帯で大略的には式(26)および式(27)で示されるような h^{-1} 則がほぼ成立しているようである。なお、30～70 minの周期帯の津波成

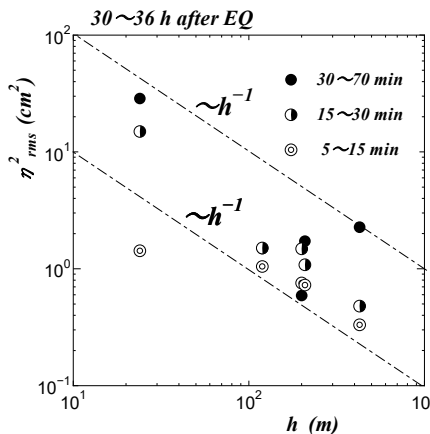


図2 津波コーダの周期帯毎のエネルギーと水深 h との関係(地震発生30～36時間後)

分波の大きな変動の要因に関しては、次章で詳しく述べることにする。

図3は、同じく地震発生60～66時間後の津波コーダの周期帯毎のエネルギー η_{rms}^2 と水深 h との関係を示したものである。それぞれの周期帯で h^{-1} 則が近似的に成立しているのが分る。したがって、式(23)から式(27)の関係はほぼ成立すると見なしてもよいであろう。

図4は、周期15～30 minの津波コーダの水深 h と30～36hおよび60～66h後の変化を示している。この周期帯では h^{-1} 則がほぼ成立しており、時間が30hから60hと経過す

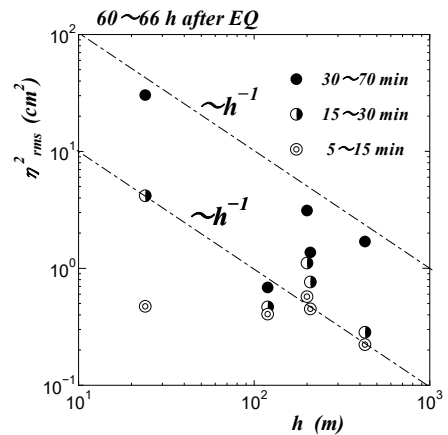


図3 津波コーダの周期帯毎のエネルギーと水深 h との関係(地震発生60～66時間後)

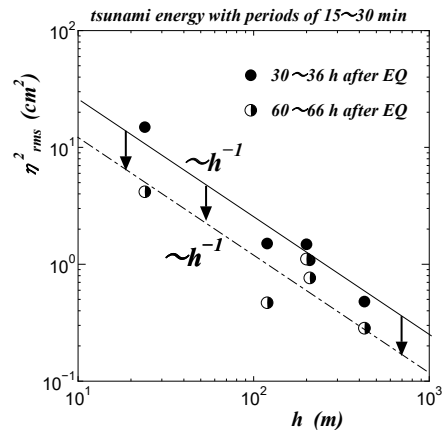


図4 周期15～30 minの津波コーダのエネルギーの水深と時間による変化

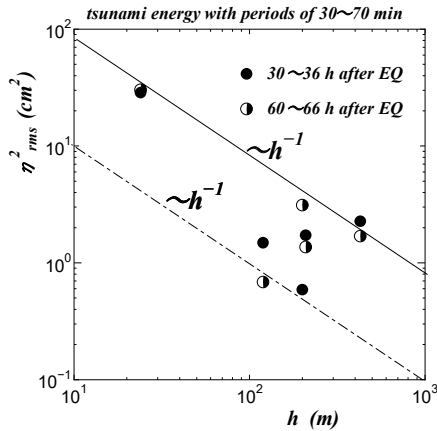


図 5 周期 30 ~ 70 min の津波コーダのエネルギーの水深と時間による変化

ると、地点に余りよらずにほぼ一様にエネルギーが減衰していることが分る。しかしながら、図 5 に示すように周期 30 ~ 70 min の津波コーダは、変動が大きく一様に減衰しているとは言えない状態である。この理由についても、次章で詳しく調べることにする。

3. 津波コーダの減衰中期・長期の振幅の時間変化特性

前章では、太平洋を伝播する巨大な津波のエネルギーは、これまでの多くの研究結果から指数関数的に時間減衰することを述べた。この関係は、津波の周期帯を特定しない場合に成立すると考えられるが、津波コーダの減衰の中期・長期で周期帯によっては成立しない場合がある可能性がある。そこで本研究では、地震発生後 30 時間から 66 時間後までの減衰中期・後期の津波コーダのエネルギーおよび振幅の時間変化について各地点で調査した。

図 6 は、御前崎沖の GPS 波浪計によって観測された水位変動を用いて、周期 30 ~ 70 min, 15 ~ 30 min, 5 ~ 15 min および 1 ~ 5 min の振幅の時間変化を示している。津波の 2 乗平均振幅の計算は、各々 6 時間分のデータを用いて行っており、その結果を 30 h, 45 h および 60 h にプロットしているが、厳密に

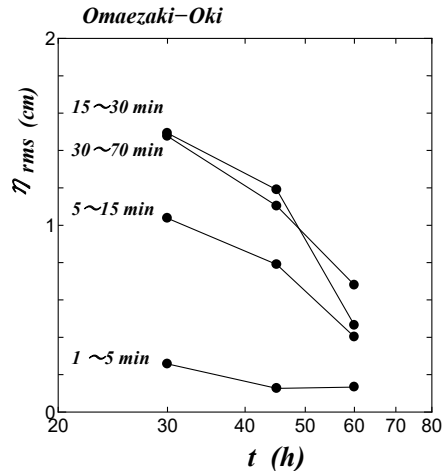


図 6 御前崎沖における各周期帯の津波の振幅の時間変化

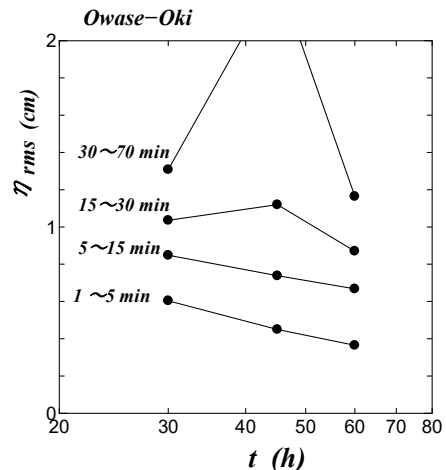


図 7 尾鷲沖における各周期帯の津波の振幅の時間変化

は 30 ~ 36 h, 45 ~ 51 h および 60 ~ 66 h の値である。この図の横軸は、地震発生からの時間を対数軸に採っているため、振幅が時間に関して指数関数的に減衰しているならば、直線的な変化となるものである。しかしながら、45 h の振幅がやや大きく、この図では上に凸のような変化を示している。また、逆に周期 1 ~ 5 min の成分の振幅は小さくなっている。このような振幅の変化は、Rabinovich ら⁵⁾ の減衰時間 24.7 ± 0.4 h より、南米大陸からの反射波が約 50 h で到達する

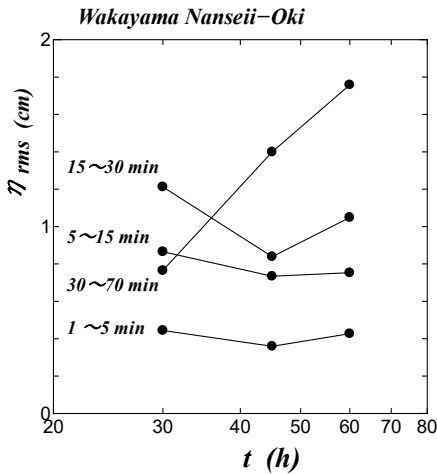


図8 和歌山南西沖における各周期帯の津波の振幅の時間変化

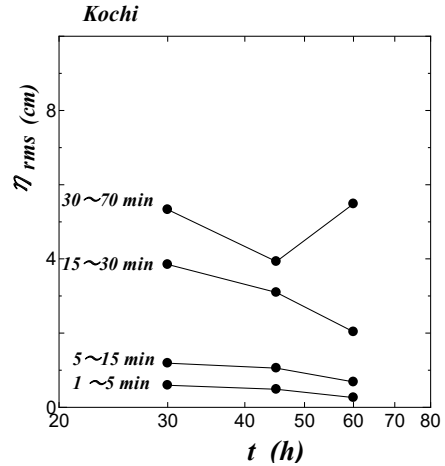


図10 高知における各周期帯の津波の振幅の時間変化

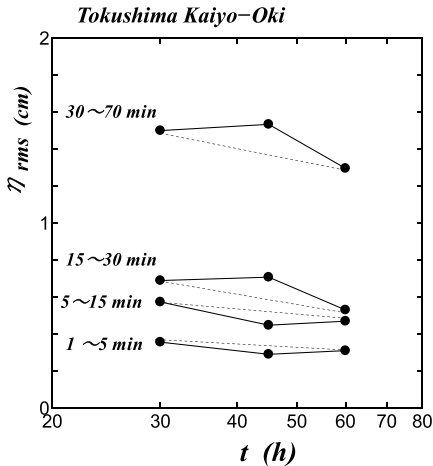


図9 徳島海陽沖における各周期帯の津波の振幅の時間変化

ことから、その影響が出ているものと推測される。このことを他の地点の振幅の変化からも確認することにした。

図7は、同じく三重尾鷲沖のGPS波浪計のデータを用いて算定した結果である。周期が30~70minの成分の振幅が、45h(45~51h)で大きく増幅しており、御前崎沖のものとは大きく異なる結果である、しかしながら、周期帯5~15minおよび1~5minの振幅は、この図で直線的に変化しており、ほぼ指数関数的に減衰していることが分る。

図8から図10は、それぞれ和歌山南西沖、徳島海陽沖および沿岸の高知の各周期帯の振幅の時間変化を示したものである。特に和歌山南西沖の周期30~70minの振幅の変化は単調に増加しており、他の地点とは全く異なる変化を示している。また、高知ではこの周期帯の振幅は45hでは逆に小さくなっている。一方、徳島海陽沖では、図9に見られるように周期30~70minおよび周期15~30minでは、点線で示される指数関数的減衰に対してやや増加、周期5~15minおよび周期1~5minではやや減少している。

このように、地点毎の津波コーダの各周期帯の振幅変化は、一様ではなく、複雑な変化を示している。このような変化がなぜ生じるかについては、まず周期30~70minの振幅の変化が大きいためから考察する。地震発生後30時間以上経過していることや、この周期帯では陸棚セイシュや陸棚エッジ波のモード波の固有周期と同程度であることから、その影響が十分に考えられる。また、湾内では湾の固有振動周期が発生することも十分に考えられるため、それらのモードの固有振動が発生して、津波コーダの振幅の時間特性が変化している可能性も考えられる。これらを明らかにするためには、地点毎の陸棚セイシュやエッジ波のモード波の固有周期および湾の

固有振動周期を調べて、津波コーダの周波数スペクトルの時間変化等を調べる必要がある。

4. 津波コーダの周波数スペクトルの時間変化特性

(1) 高知における津波コーダの周波数スペクトルの変化特性

津波コーダの陸棚セイシュやエッジ波の各モード波との影響を調べるために、それらの特徴が出現しやすい観測地点が陸地に近く、水深も比較的小さい高知の津波データを代表例として検討する。

図 11 は、東北地方太平洋沖地震が発生してから 30～36 h, 45～51 h, 60～66 h 後の周波数スペクトルを示している。図中には、参考のため f^{-2} 則も 1 点鎖線で示している。また、矢印で示している数字は、土佐湾における陸棚セイシュ (85 min) および陸棚エッジ波の 1 次 (49 min), 2 次 (38 min) および 4 次 (25.6 min) モードの周期を示したものである。陸棚セイシュの周期 85 分は、梅田ら²⁰⁾の現地観測や今井ら²¹⁾の津波の数値計算でも見出されており、信頼性の高い数値である。図 11 に見られるように、地震発生後 60～66 h 後に陸棚セイシュの振動が卓越していることが分る。しかしながら、30～36 h 後の時間帯では、1 次 (49 min), 2 次 (38

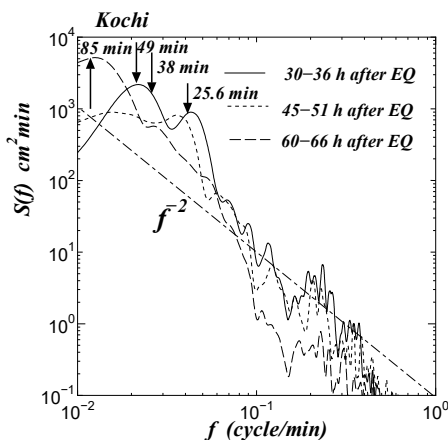


図 11 高知における周波数スペクトルの時間変化

min) および 4 次 (25.6 min) モードのエッジ波が発達している。このように、時間帯によって発達する陸棚エッジ波のモードが異なることから、土佐湾内を伝播する進行性の陸棚エッジ波の存在が示唆された。

(2) 津波コーダの周波数スペクトルの相似性

図 12 は、御前崎沖の GPS ブイデータ (水深 120m) の津波コーダの周波数スペクトルと f^{-2} 則とを比較したものである。観測値は、図 11 と同じく 30～36 h, 45～51 h, 60～66 h 後の周波数スペクトルを算定し示している。図中の 1 点鎖線は f^{-2} 則 (水深 1000m に相当) を示しており、2 点鎖線は式 (22) の関係より、地震発生 30-36 h 後の水深 120m に対応した周波数スペクトルレベルを示している。周波数スペクトルにはやや有意な変動が存在するが、大局的に見れば f^{-2} 則にはほぼ従っていると言える。この f^{-2} 則は、Rabinovich ら²²⁾によって平常時の平衡スペクトルとして見なされているが、津波コーダに対しても減衰の中期・後期に f^{-2} 則に従うメカニズムが存在している可能性があるかと推測される。

図 13 から 15 は、それぞれ三重尾鷲沖、和歌山南西沖および徳島海陽沖の津波コーダの周波数スペクトルを示したものである。いざ

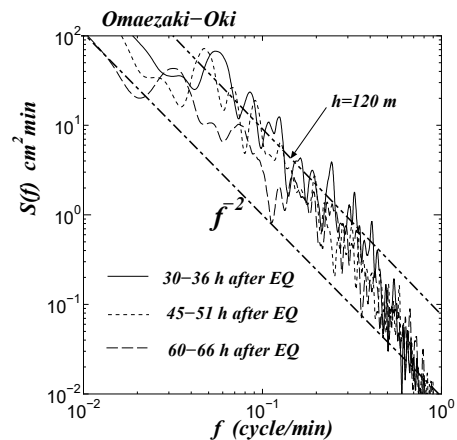


図 12 御前崎沖における周波数スペクトルと f^{-2} 則

れの地点の周波数スペクトルに変動が見られるが、周波数 $f=0.5$ (cycle/min) 以下、すなわち周期 2 min 以上で、平均的には f^{-2} 則に従う傾向にあると言える。また、2点鎖線で示される地震発生 30-36 後の観測地点の水深に依存したエネルギーレベルの理論値にほぼ一致していることが分る。特に図 15 の徳島海陽沖は水深が 430m と最も深く、津波コーダのスペクトルレベルも最も低くなっている。

周波数スペクトルが f^{-2} 則に従う信号は、赤色ノイズあるいはブラウンノイズと呼ばれている。このような信号は、以下に示す減衰

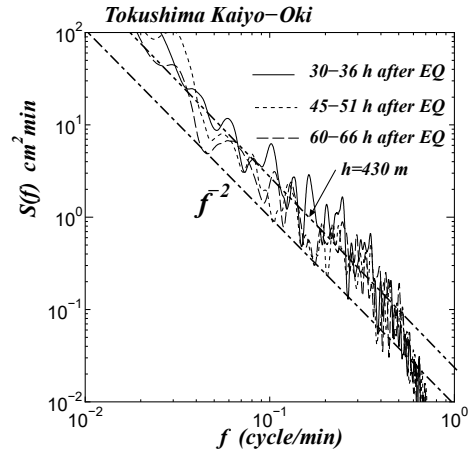


図 15 徳島海陽沖における周波数スペクトルと f^{-2} 則

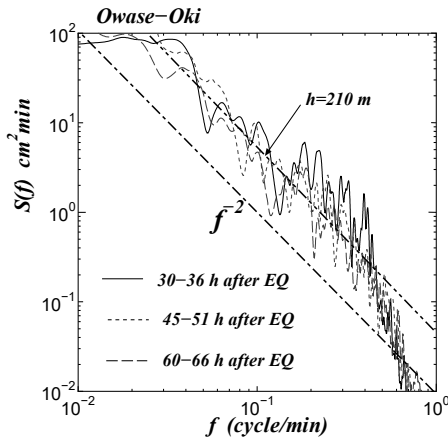


図 13 尾鷲沖における周波数スペクトルと f^{-2} 則

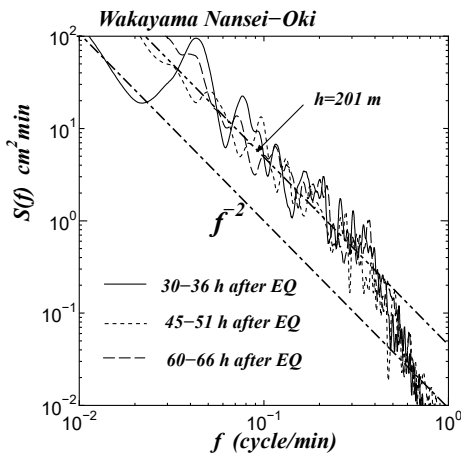


図 14 和歌山南西沖における周波数スペクトルと f^{-2} 則

項を含む微分方程式により生成される。

$$\frac{d\zeta}{dt} = -\lambda\zeta + w(t) \quad (31)$$

ここに、 ζ は水位等の時系列信号、 λ はある減衰係数、 $w(t)$ はホワイトノイズである。上式を Δt 毎の離散化された時系列として記述すると、

$$\zeta_{i+1} = \rho\zeta_i + \varepsilon_i \quad (32)$$

と表される。ここに、

$$\rho = (1 - \lambda\Delta t), \quad \varepsilon_i = w(t)\Delta t \quad (33)$$

であり、 ζ_i は $i\Delta t$ 時間の時系列データ、 ρ は $\rho < 1.0$ を満たす定数、 ε_i は離散的ホワイトノイズである。式(32)で表される時系列は、1次マルコフ過程とよばれている²³⁾。式(31)は、以下に示す周波数スペクトル $S(f)$ を有する。

$$S(f) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_w^2}{f^2 + (\lambda/2\pi)^2} \quad (34)$$

ここに、 σ_w^2 はホワイトノイズの分散(スペクトル密度)である。上式の周波数スペクトル $S(f)$ は、周波数 f が、 $f \gg \lambda$ のとき $S(f) = \sigma_w^2/2\pi \cdot f^{-2}$ となり、 f^{-2} 則が成立する。また逆に、 $f \ll \lambda$ のとき、周波数スペクトルは一

定値 2π (σ_w^2/λ^2) に漸近するようになる。

式 (31) の関係は、水位に比例した減衰項が作用することを意味しているが、 ζ を乗じて書換えると、

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\zeta^2\right) = -2\lambda\left(\frac{1}{2}\zeta^2\right) + \zeta \cdot w(t) \quad (35)$$

なる関係式を得る。ここで、波の周期の代表時間のオーダーで上式の時間平均をとると、右辺第 2 項は σ_w^2 となり、同じく右辺第 1 項は津波コーダのエネルギー E に比例したエネルギー減衰項となる。したがって、

$$\frac{dE}{dt} = -2\lambda E + \sigma_w^2 \quad (36)$$

なる関係式を得る。このとき、エネルギー E は、指数関数的に減衰し、一定値 $\sigma_w^2/2\lambda$ に漸近することになる。

$$E = E_0 e^{-2\lambda t} + \sigma_w^2/2\lambda \quad (37)$$

ここに、下添字 0 は、 $t=0$ におけるエネルギー E の値である。式 (36) の関係は、ある海洋で発生した巨大な津波のエネルギーが、他の海洋および海へ流出することや、周辺の大陸棚内にも流出・逸散することに相当しており、海洋を伝播する巨大な津波に対しても成立する関係式である。

したがって、式 (31) の関係式が成立すれば、式 (36) の関係が得られ、津波コーダのエネルギーの減衰方程式が得られるため、必要条件を満たしていると言える。しかしながら、なぜ式 (31) が成立するのかについては、具体的には未だ不明であり、今後の課題である。少なくとも言えることは、津波コーダの減衰中期・後期には、周波数スペクトルが f^{-2} 則にはほぼ漸近しているので、式 (31) で支配されるような物理法則が働いていることは確からしいと考えられる。

5. 結論

2011 年東北地方太平洋沖地震による津波

コーダの減衰中期・後期におけるエネルギー等の時間および空間的変動を調べ、その特性をエネルギー平衡方程式に基づいて理論的に取扱った。その結果、以下の事項が明らかとなった。

- (1) 津波コーダの時間減衰は、振幅の時間減衰がその振幅の 1 乗に比例するか、2 乗に比例するかによって、指数関数的減衰か双曲型 (Talbot 型) 減衰になることが示された。
- (2) 津波コーダの減衰中期・後期において、各成分波の位相が一樣・ランダムであれば、エネルギー平衡方程式が成立し、底面摩擦によるエネルギー逸散スペクトルは、 ε^3 のオーダーとなるため、 ε^2 のオーダーでエネルギーが保存されることが示された。
- (3) エネルギー平衡方程式の理論解 $CCgD=const.$ は、特性曲線上で成立するものであるが、海底地形が平行等深線地形で、方向スペクトルが沿岸方向に等しければ、任意の 2 地点で成立し、ある限られた区間で近似的に平行等深線地形と見なされる場合にも、その関係が近似的に成立する可能性があることが示唆された。
- (4) 周波数スペクトルと水深との積は一定であるという関係式が誘導され、その関係式より津波コーダのエネルギーの h^{-1} 則が得られることが理論的に示された。また、沖側の周波数スペクトルと岸側の周波数スペクトルが水深に依存した相似な関係にあることが理論的に示された。
- (5) 東北地方太平洋沖地震津波データを用いて検証したところ、15～30 min の周期帯の津波エネルギーは、 h^{-1} 則がほぼ成立することが確認された。しかしながら、30～70 min の周期帯の津波コーダは、陸棚セイシュやエッジ波の影響により大きく変動し、指数関数的な時間減衰にも従わなくなっていた。
- (6) 津波コーダの減衰の中期・後期において、

指数関数的減衰の関係から乖離するのは、南米からの相対的に強い反射波だけでなく、陸棚セイシュエッジ波の各種モード波が発生するためであることが、スペクトル解析からも明らかとなった。

- (7) 津波コーダの減衰の中期・後期の周波数スペクトルは、変動がややあるものの周期が2 min 以上で f^{-2} 則にはほぼ従っていることが示された。このような赤色ノイズ的な特性は、複雑な海岸線や島・海山からの反射波・回折波によると推測されるが、その理論的な証明は今後の課題である。

謝辞

本研究において、国土交通省港湾局および港湾空港技術研究所で管理・運営されているNOWPHASの2011年東北地方太平洋沖地震津波の潮位データを用いたことを付記し、感謝します。

参考文献

- 1) Mori, N., Takahashi, T., and the 2011 Tohoku Earthquake Tsunami Joint Survey Group: Nationwide post-event survey and analysis of the 2011 Tohoku Earthquake Tsunami, *Coastal Engineering, Jour.* Vol. 54, No.1, pp.1250001-1-1250001-27,2012,doi:10.1142/S05785634 12500015.
- 2) 林 豊, 越村俊一, 今村文彦: 津波コーダとエンベロープの遠地津波予測への活用可能性—その定義と2006年千島列島沖地震津波への適用—, 土木学会論文集B2 (海岸工学), Vol. 65, No.1, pp. 276-280, 2009.
- 3) 林 豊, 今村文彦, 越村俊一: 津波減衰過程のトレンドとばらつき の性質の遠地津波予測への活用可能性, 土木学会論文集B2 (海岸工学), Vol. 66, No.1, pp. 211-215, 2010.
- 4) 林 豊: 津波警報を解除するタイミングに関する研究の現状と展望, 験震時報, 第75巻, pp. 13-24, 2012.
- 5) Rabinovich, A.B., Candella, R. N., and Thomson, R. E.: The open ocean energy decay of three recent trans-Pacific tsunamis, *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 40, pp. 3157-3162, doi:10.1002/grl.50625, 2013.
- 6) Saito, T., D. Inazu, Tanaka, S. and Miyoshi, T.: Tsunami coda across the Pacific Ocean following the 2011 Tohoku-Oki Earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 103, No.2B, doi:10.1785/0120120183, 2013.
- 7) 今井健太郎, 田野邊睦, 林 豊, 今村文彦: 2011年東北地方太平洋沖地震津波における日本列島太平洋沿岸の津波減衰過程, 土木学会論文集B2 (海岸工学), Vol. 70, No. 2, pp. 1276-I-280, 2014.
- 8) Kulikov, E. A., Fine, I. V. and Yakovenko, O. I.: Numerical modeling of the long surface waves scattering for the 2011 Japan Tsunami: Case study, *Atmospheric and Ocean Physics*, Vol. 50, No. 5, pp. 498-507, 2014.
- 9) Rabinovich, A.B.: Spectral analysis of tsunami waves: Separation of source and topography effects, *J. Geophys. Res.* Vol. 164, (2/3) , pp. 261-308, 1997.
- 10) Izumiya, T.: Time-frequency analysis and decay properties of tsunamis, *J. of Japan Society of Civil Engineers*, Division B, Vol. 9, No. 1, pp. 113-124, 2021.
- 11) Utsu, T., Ogata, Y. and Matura, R. : The Centenary of the Omori Formula for a Decay Law of Aftershock Activity, *J. Phys. Earth*, Vol. 43, pp. 1-33, 1995.
- 12) Chow, V.T., Maidment, D. R. and Mays, L.W.: *Applied Hydrology*, McGraw-Hill, 1988.
- 13) Munk, W. H.: Some comments regarding diffusion and absorption of tsunamis, *Proc. of Tsunami Meetings, Tenth Pacific Science Congress*, Honolulu, IUGG Monogr. , No. 24, Paris, pp. 53-72, 1963.

- 14) Van Dorn, W. G.: Some tsunami characteristics deducible from tide records, *J. of Physical Oceanography*, Vol. 13, pp. 353-363, 1984.
- 15) Fine, I. V., Kulikov, E. A., and Cherniawsky: Japan's 2011 tsunami: Characteristics of wave propagation from observations and numerical modeling, *Pure Appl. Geophys.* Vol. 170, 6-8, pp. 1295-1307, 2012.
- 16) Karlsson, T.: Refraction of continuous ocean spectra, *Proc. ASCE*, Vol. 95, No. WW4, pp. 437-448, 1969.
- 17) Izumiya, T. and Horikawa, K.: Wave Energy Equation Applicable in and outside the Surf Zone, *Coastal Eng. in Japan*, JSCE, Vol.27, pp.119-137, 1984.
- 18) Collins, J. I.: Prediction of shallow water spectra, *J. Geophys. Res.*, Vol. 77, No. 15, pp. 2693-2707, 1972.
- 19) Izumiya, T. and Horikawa, K.: On the Transformation of Directional Random Wave Under Combined Refraction and Diffraction, *Coastal Eng. in Japan*, JSCE, Vol.30, pp.49-65, 1987.
- 20) 梅田康弘・板場智史・細 善信：高知県須崎湾における潮位観測－1946年南海道地震前に海水位変化の検証のため－，地質調査所研究報告，第67巻，第1号，pp. 11-25, 2016.
- 21) 今井健太郎・佐竹健治・古村孝志：南海トラフで発生する地震による四国南部沿岸での津波継続特性，土木学会論文集 B2 (海岸工学)，Vol.B2-65, No.1, pp. 281-285, 2009.
- 22) Rabinovich, A. B. and Eble, M. C.: Deep-ocean measurements of tsunami waves, A topical issue of *Pure and Appl. Geophysics*, 29, November, 2014.
- 23) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店，p. 320, 1977.