

波動レイノルズ数を用いた津波底面境界層の層流 - 乱流遷移の検討

田中 仁*・Nguyen Xuan Tinh*・中村 優一*

1. はじめに

著者らによる津波の下での底面せん断力に関する研究によれば、長波の条件下であっても定常流摩擦係数ではなく波動境界層の摩擦係数を使用すべきケースが存在している (田中ら¹⁾, Tinhら²⁾, Tinh and Tanaka³⁾)。これは、長波などの波動運動の分類は無次元数 h/L (h : 水深, L : 波長) により記述されるのに対して、波動抵抗則・定常流抵抗則の分類は δ/h (δ : 境界層厚さ) という全く異なる無次元数に依存することから、長波条件と定常流抵抗則の成立条件とは一致しないことによる (図 1 参照)。

Tinhら⁴⁾ は、その知見を踏まえて、これまで多用されてきたマニングの粗度係数などの定常流摩擦係数に代わり波動摩擦係数を用いた津波の次元計算手法を提案している。その結果、これまで多くの場で使用されている定常流抵抗則による算定法は底面摩擦

を過小評価することを示した。ただし、この研究において、底面境界層の flow regime (層流・乱流, 粗面・滑面) に関する詳細な検討まではなされずに、粗面乱流での摩擦係数式を用いていた。定常流, 非定常の別に関わらず、摩擦係数は境界層の flow regime に依存しており、それぞれで異なる無次元パラメータに支配されていることが知られている⁵⁾。さらには、遷移域の存在までを含めれば、きわめて複雑な流れ構造となっている。

そこで、本研究においては、津波波源における底面境界層 flow regime に関する検討を行った。なお、波源から浅海域にわたる、より広領域でのレイノルズ数の変化については別報⁶⁾ に報告する。

2. 研究対象

以下の理論的考察においては、田中ら¹⁾と同様に表 1 に示す仮想的な津波を対象とし

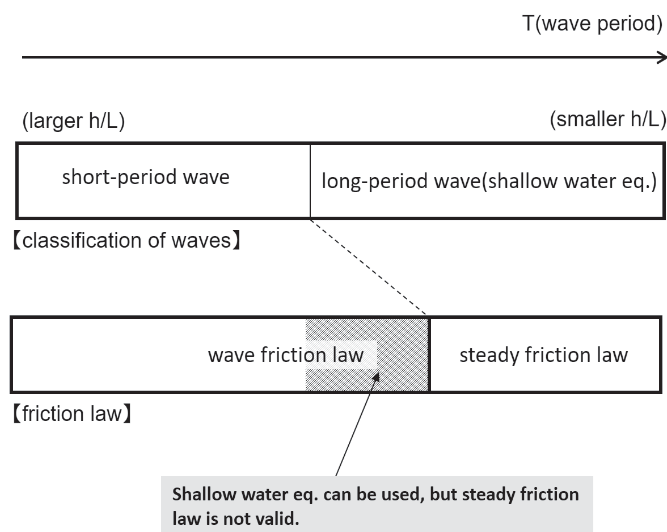


図 1 波動の分類と抵抗則の分類²⁾

* 東北大学大学院工学研究科

ている。ここで、波形は正弦波であるとする。後述する波動レイノルズ数による flow regime の検討のためには、津波の下での境界層外縁での流速値最大値 U_m が必要であり、これを次式の線形長波理論より求めた。

$$U_m = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{g}{h}} \quad (1)$$

ここで、 H ：波高、 g ：重力加速度、 h ：水深である。

表 1 計算条件

波源水深	$h=4000\text{m}$
波源波高	$H=1\text{m}$
周期	$T=15\text{min}$

3. 波動レイノルズ数

開水路定常流におけるレイノルズ数の代表長さは水深 h である。このため、定常流の知見をベースとした議論においては、波源域における大水深を長さスケールとしたレイノルズ数は乱流遷移限界値をはるかに超えていると推測されよう。しかし、波動境界層の流動特性を記述するレイノルズ数において、水深は代表長さとはならない（例えば、Tanaka and Shuto⁵⁾）。これは、底面境界層が水面ま

では発達していないからである（図 2 参照）。このため、流体力学分野でよく知られた平板境界層（例えば、Schlichting⁷⁾）と同様な物理過程が生じることとなる。その結果、鉛直方向の長さスケールに代わって水平方向の距離に関わる物理量が代表長さとなる。このように、波動境界層理論において水深に代わり使用される代表長さは底面水粒子軌道振幅 a_m であり、正弦波の場合には次式が得られる。

$$a_m = U_m / \sigma \quad (2)$$

ここで、 σ ：波の角振動数である。これを用い、式 (1) の代表流速と合わせて、次式によりレイノルズ数 R_a が定義される。

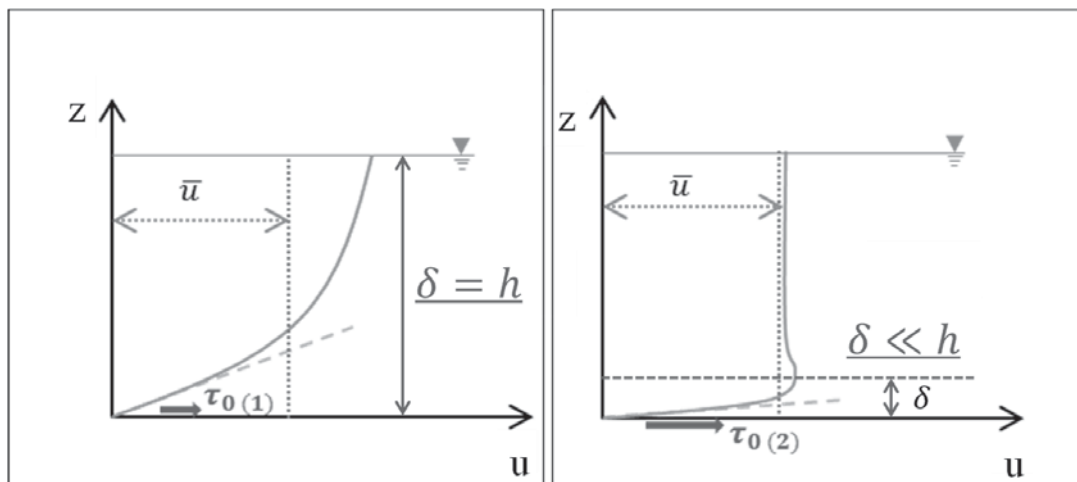
$$R_a = U_m a_m / \nu \quad (3)$$

ここで、 ν ：流体の動粘性係数である。

4. 波源域におけるレイノルズ数

波動のレイノルズ数の定義式 (3) に式 (1)、式 (2)、さらに、 $\nu=1.0 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ を代入し、さらに表 1 の諸元を用いれば次式が得られる。

$$R_a = 8.8 \times 10^4 \quad (4)$$



(a) 定常流型

(b) 波動型

図 2 二つの流速分布のタイプ

さて、これまで波動境界層における乱流遷移限界レイノルズ数については多くの研究がなされている（例えば、Tanaka and Sana⁸⁾）。ここでは、これらの過去の研究成果を踏まえて提案された Tanaka and Thu⁹⁾ によるものを用いる。彼らによれば、層流から乱流への遷移域の下限レイノルズ数および上限レイノルズ数をそれぞれ次式の様定めている。

$$R_a = 2.5 \times 10^5 \quad (5)$$

$$R_a = 6.0 \times 10^5 \quad (6)$$

式(4)で得られたレイノルズ数の値によれば、波源域における津波底面境界層は層流状態にあることが分かる。試みに、水深 h 、波高 H を固定し、周期 T を増加させて同様な計算を行うと、 $T=40$ 分において式(5)が満足される⁶⁾。これよりも長い周期では遷移域に属するが、それでも完全乱流状態(式(6))からはるかに小さいレイノルズ数となっている。

5. おわりに

波動境界層の知見をもとに、津波波源における底面境界層の flow regime の検討を行った。その結果、本研究で対象としたケースにおいて境界層は層流となっていることが分かった。また、周期を増加させた条件下で遷移域に到るとの結果を得た。

謝辞：

本研究を対して大成学術財団の助成（2019年度～2020年度）を受けた。ここに記して、謝意を表す。

参考文献

- 1) 田中 仁, Nguyen Xuan Tinh, 宋 文世：津波の下での底面境界層発達と底面せん断力特性，土木学会論文集 B2（海岸工学），Vol.74, No.2, pp.I_313-I_318, 2018.
- 2) Nguyen Xuan Tinh, 田中 仁, 宋 文正：乱流モデルを用いた津波の下での底面境界層数値解析，土木学会論文集 B2（海岸工学），Vol.75, No.2, pp.I_13-I_18, 2019.
- 3) Tinh, N.X. and Tanaka, H.: Study on boundary layer development and bottom shear stress beneath a tsunami, Coastal Engineering Journal, Vol.61, No.4, pp.574-589, 2019.
- 4) Nguyen Xuan Tinh, 田中 仁, 西脇 遼, 渡辺一也：摩擦係数の遷移特性を考慮した津波伝搬の一次元数値計算，土木学会論文集 B1（水工学），Vol.75, No.2, pp.I_697-I_702, 2019.
- 5) Tanaka, H. and Shuto, N.: Friction laws and flow regimes under wave and current motion, Journal of Hydraulic Research, Vol.22, No.4, pp.245-261, 1984.
- 6) 田中 仁, Nguyen Xuan Tinh: 津波の下での底面境界層の flow regime に関する研究，土木学会論文集 B2（海岸工学），Vol.76, No.2, 2020.（印刷中）
- 7) Schlichting, H.: Boundary Layer Theory, 9th ed., Springer, 814p, 2017.
- 8) Tanaka, H. and Sana, A.: Numerical study on transition to turbulence in a wave boundary layer, Sediment Transport Mechanisms in Coastal Environments and Rivers, pp.14-25, 1994.
- 9) Tanaka, H. and Thu, A.: Full-range equation of friction coefficient and phase difference in a wave-current boundary layer, Coastal Engineering, Vol.22, pp.237-254, 1994.