

津波の下での底面せん断力特性

Nguyen Xuan Tinh*・田中 仁*・宋 文正*

1. はじめに

津波数値シミュレーションにおいては、通常、定常流の抵抗則により底面せん断力を評価する。特に、我が国ではマンニングの粗度係数が多用される。せん断力は波高減衰を引き起こす重要な物理量である。さらに、土砂移動を扱う際には掃流砂・浮遊砂ともに底面せん断力の関数として表示することが多いことから、抵抗則の適否が地形変化の予測精度を左右する。

首藤¹⁾は実験水路における非線形長波の波高減衰から底面摩擦を評価し、定常流のそれよりもはるかに大きな値となることを報告している。また、近年、孤立波の下での底面境界の研究が行われ、その特性は短周期の波動境界層のそれに類似していることが報告されている^{2), 3), 4), 5)}。

定常流のもとでは境界層が水表面まで発達するが、一方、風波などのより短周期の波動の下に発達する底面境界層の厚さは水深に比

べてきわめて薄く、水深が代表長さにならないことがよく知られている。また、底面近傍の大きな速度勾配の存在により、定常抵抗則で予測される値よりも大きな底面せん断力が生じる。このような、「定常流抵抗則」、「波動抵抗則」の二つの極限が存在するなかで、津波はそのどちらに属するか?という問いが本稿で扱うテーマである(図1参照)。すなわち、図1に示す波の分類条件と抵抗則のそれとの相違について検討を行う。

なお、田中ら⁶⁾はこのテーマに関して境界層厚さ・摩擦係数に基づいて検討を行っているが、ここでは乱流モデルを用いることにより詳細な検討を行った。

2. 定常流抵抗則と波動抵抗則

水理学の入門書で学ぶように、層流の底面せん断力 τ_0 と速度 u の勾配には良く知られた次式の関係がある。

$$\tau_0 = \mu \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (1)$$

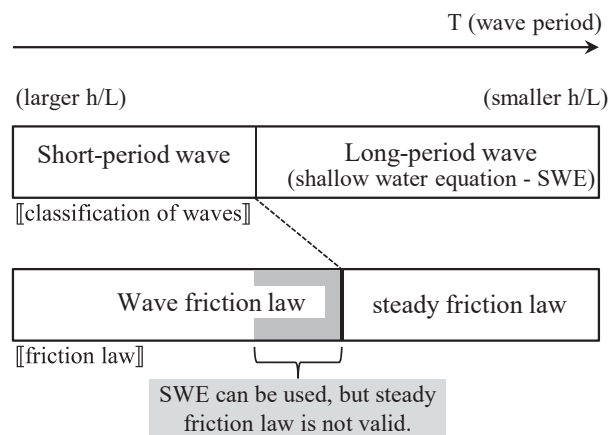


図1 波の分類と抵抗則の適用範囲

*東北大学大学院工学研究科

ここで、 μ : 粘性係数、 z : 底面に原点を有する鉛直座標である。

乱流時には、上式の分子粘性係数を渦粘性係数に置き換えれば良い。このように底面せん断力は底面近傍の速度勾配と強く結びついており、このため底面せん断力にとって境界層の発達の程度が重要な要素となる。

以下では、定常流および波動境界層の境界層と抵抗則について概説する。ただし、以下では検討対象を粗面乱流に限定する。

2.1 定常流抵抗則

速度分布を対数則とし、これを粗度長さから水表面まで積分すれば、次式の抵抗係数 f が得られる。

$$f = \frac{2\kappa^2}{\{\ln(h/z_0)-1\}^2} \quad (2)$$

ここで、 κ : カルマン定数 (=0.4)、 h : 水深、 z_0 : 粗度長さであり、相当粗度 k_s との関係は式 (3) で与えられ、また、底面せん断力 τ_0 と摩擦係数 f の関係は式 (4) により表される。

$$k_s = 30z_0 \quad (3)$$

$$\tau_0 = \frac{\rho}{2} f \bar{u}^2 \quad (4)$$

ここで、 ρ : 密度、 \bar{u} : 断面平均流速である。一方、津波の計算に多用される Manning 式によれば、底面せん断力は次式で表現される。

$$\tau_0 = \frac{\rho g n^2}{h^{1/3}} \bar{u}^2 \quad (5)$$

ここで n : Manning の粗度係数である。式 (2)、式 (5) を等置すれば、次式が得られる⁷⁾。

$$\frac{k_s^{1/6}}{n\sqrt{g}} = \frac{5.75 \log(h/k_s) + 6.0}{(h/k_s)^{1/6}} \quad (6)$$

式 (6) の関係をプロットしたものが図 2 である。これより、式 (6) はほぼ一定値であり、これより Manning の n と相当粗度 k_s を結びつける Manning-Strickler 式が得られる^{7), 8)}。

$$n = 0.0417 k_s^{1/6} \quad (\text{m, s 単位}) \quad (7)$$

これより、抵抗則として f を用いても n を用いても実質的には同等であることが示され、

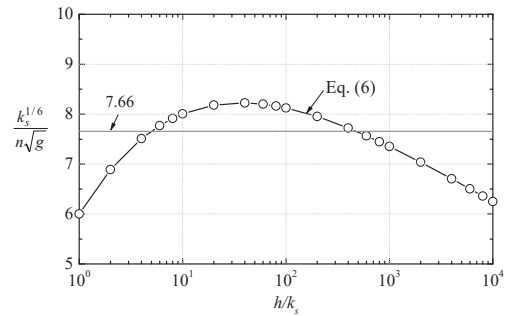


図 2 式 (6) の関係

経験式である Manning の式に流体力学的な背景が付け加えられた。

以上の様に、定常流の乱流構造を支配する流体運動の代表長さは水深 h である。

2.2 波動抵抗則

定常流の抵抗則に比べ、波動下抵抗則は長い間解明が遅れた。そのため、抵抗係数を一定値としたり、層流波動境界層理論の援用がなされた。その後、波動境界層の乱流構造について Jonsson⁹⁾ の研究により大きな進歩がもたらされた。Jonsson⁹⁾ による粗面乱流に対する摩擦係数 f_w は次式で表現される。

$$\frac{1}{4\sqrt{f_w}} + \log \frac{1}{4\sqrt{f_w}} = -0.08 + \log \frac{a_m}{k_s} \quad (8)$$

ここで、 a_m : 底面水粒子軌道振幅である。

摩擦係数により、波動下での最大底面せん断力 τ_{om} が次式により得られる。

$$\tau_{om} = \frac{\rho}{2} f_w \hat{U}_w^2 \quad (9)$$

ここで、 \hat{U}_w : 波動境界層外縁の最大流速である。式 (4) と異なり、断面平均流速を用いていない点に大きな相違がある。また、式 (9) は最大せん断力のみを与えるものであり、波動下でのせん断力の経時変化を求め際には注意が必要である。一つは、流速とせん断力の間位相のズレが存在するからである。また、せん断力の経時変化波形も明らかではない。流速の二乗に比例した変動を仮定する便法も考えられるが、減速期における強い乱れの発生に対応したせん断力波形の

極端な変形 (Jensen et al.¹⁰) を表現できない。また、当然、非正弦的な波動への適用にも困難を伴う。

さて、式 (8) は摩擦係数に関して陰形式であることから、より実用的な陽形式の近似式が Swart¹¹) により提案された。

$$f_w = \exp\left\{-5.977 + 5.213\left(\frac{a_m}{k_s}\right)^{-0.194}\right\} \quad (10)$$

このほかにも、Kamphuis¹²)、Tanaka¹³) などにより摩擦係数が提案されている。

2.3 定常流と波動運動の抵抗則の相違点

以上の二種の抵抗則において大きく異なる点は流体運動を支配する代表長さである。すなわち、定常流では水深 h であり、一方、波動運動では底面水粒子軌道振幅 a_m である。後者は水平方向の流体粒子移動特性を表しており、その点では、むしろ平板境界層に類似したものとなっている。すなわち、平板境界層においては平板先端からの距離 x が代表長さとなり、層流境界層厚は x の平方根に比例する (例えば、Schlichting¹⁴)。波動境界層においても、層流境界層厚さは a_m の 1/2 乗に比例して増加しており¹⁵)、同様な特性を示している。すなわち、津波のような長周期波動において境界層厚さが水深により規定されているか否かが、いずれの抵抗則を使用すべきかに対する答えとなる。

3. 津波を対象とする境界層の数値計算

3.1 境界層方程式

以下では、次式の線形化された境界層方程式をもとに検討を行う。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (11)$$

ここで、 t : 時間、 p : 圧力、 x : 水平座標、 τ : せん断力である。

非定常運動であっても、その周期が十分に長ければ、各時刻において右辺の圧力勾配と摩擦項が釣り合う。そして、その時々刻々の速度分布は対数則となる。この状態が、非定常運動においても Manning 式を使用出来るこ

との前提である。

一方、波動境界層においては、底面近傍の境界層内において式 (11) の左辺・右辺がともに存在し、非定常項を無視し得ない点が上記の準定常流れと異なる。また、境界層外縁より上方では粘性項が無視され、完全流体としての流れと近似される。

以上の様に、式 (11) は一見すると非定常運動に使用すべき式と見えるが、その極限として定常運動を含む一般形の運動方程式であることが分かる。そこで、以下では式 (11) をもとに長周期波の下での底面境界層に関する乱流モデルによる数値解析による検討を行う。

3.2 数値計算方法

これまで数多くの乱流モデルが提案されている。以下では、定常流での実績があり、また Sana et al.¹⁶) により非定常運動への応用精度が高いとされる $k-\omega$ モデルを用いる。計算の手法はすでに Sana et al.¹⁶) に詳細が示されているので、ここでは割愛する。

3.3 数値計算結果

計算においては田中ら⁶)、Williams and Fuhrman¹⁷) と同様に、表 1 に示す仮想的な津波を対象とした。まず、水深 4000m の波源域で周期 15 分、波高 1m の津波を与えた。波形は正弦波であるとする。浅水変形過程をグリーンの法則で計算し、津波の下での流速最大値は線形長波理論より求めた。得られた正弦変動する流速値から圧力勾配を求め、これを式 (11) に代入し、 $k-\omega$ モデルの基礎式と連立させることにより流速分布を得た。なお、相当粗度は粒径をもとに、 $k_s=2.5d$ とした。

表 1 計算条件

波源水深	$h=4000\text{m}$
波源波高	$H=1\text{m}$
周期	$T=15\text{ min}$
底質粒径	$d=0.3\text{ mm}$
計算を実施した水深	Case 1: $h=4000\text{m}$ Case 2: $h=1000\text{m}$ Case 3: $h=100\text{m}$

表 2 計算条件

	Case 1	Case 2	Case 3
h (m)	4000	1000	100
H (m)	1.00	1.41	2.51
U_m (m/s)	0.0247	0.0700	0.394
h/L	2.24×10^{-2}	1.12×10^{-2}	3.55×10^{-3}
a_m/k_s	4.72×10^3	1.34×10^4	7.52×10^4
$Re = U_m a_m / \nu$	8.78×10^4	7.02×10^5	2.22×10^7

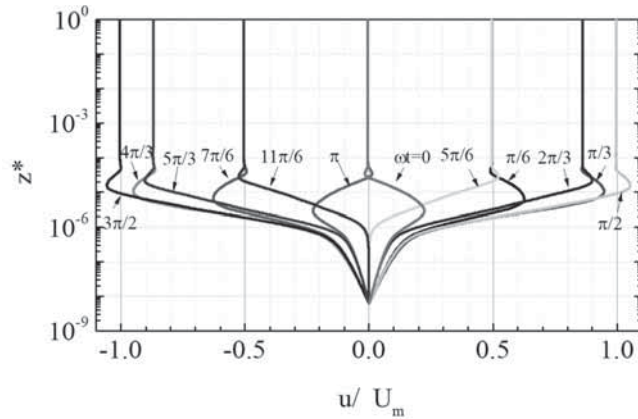
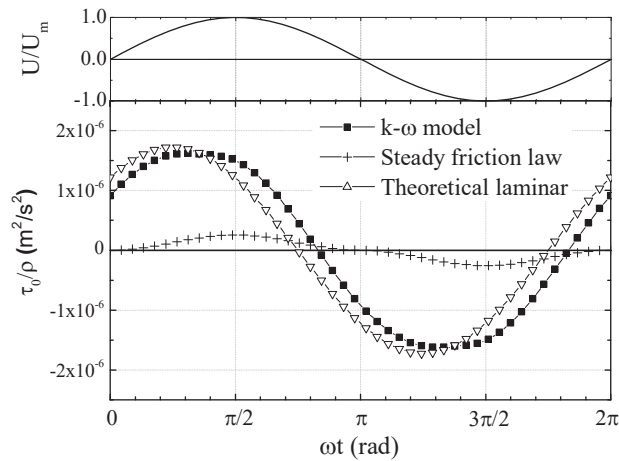
図 3 流速分布 (Case 1, $h=4000\text{m}$)図 4 底面せん断力 (Case 1, $h=4000\text{m}$)

表 2 には上記手法により計算した波高, 流速, 水深・波長比, a_m/k_s , レイノルズ数を示す。いずれも長波条件を満たしている。

図 3 には乱流モデルにより得られた Case 1 ($h=4000\text{m}$) の速度分布を表す。ここで, 鉛

直座標および流速は水深 h および最大流速 U_m により無次元化しており, ω は角振動数である。興味深い点は, 底面境界層がきわめて薄く, 定常流抵抗則で想定する対数則の分布が水表面まで発達することはない点である。

Jonsson⁹⁾ の定義に従って境界層厚を求めれば、 $\delta^* = \delta/h = 9.07 \times 10^{-6}$ 、すなわち $\delta = 3.63 \text{cm}$ である。この様に、風波に伴う底面境界層と同様な挙動を示している。大きな底面付近の速度勾配を有することから、図4に示す様に定常流抵抗則による計算値は極端に過小評価となっている。

さて、表2に示す様にこの条件下では流速振幅が小さいため、レイノルズ数も小さいものとなっている。そこで、図4には次式の層流波動境界層の解析解も描いている。

$$\tau_0(t) = \sqrt{2} \rho \nu \beta U_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{4}) \quad (12)$$

ここで、

$$\beta = \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}} \quad (13)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (14)$$

ν : 動粘性係数である。式(12)から明らかのように、層流の下ではせん断力も正弦波形を示し、また流速に対して $\pi/4$ の位相の進みが存在する。一方、 $k-\omega$ モデルによる計算値の波形は全体的に層流解に類似しているが位相差の減少が見られる。

図5のCase 2 ($h=1000\text{m}$) では、計算により得られた速度分布を表す。境界層厚さは $\delta=9.22\text{cm}$ であり、Case 1よりも増加が見られるが、基本的な速度分布は図3と同様であ

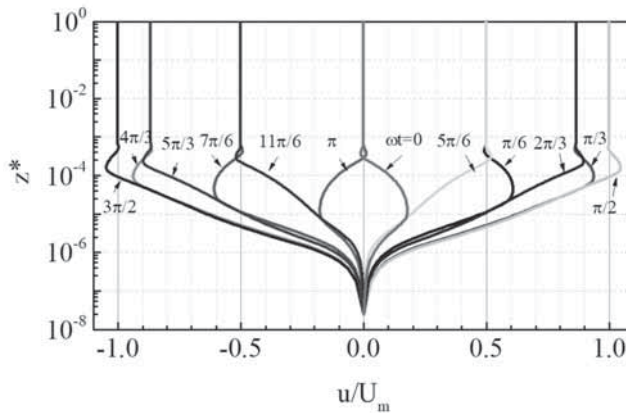


図5 流速分布 (Case 2, $h=1000\text{m}$)

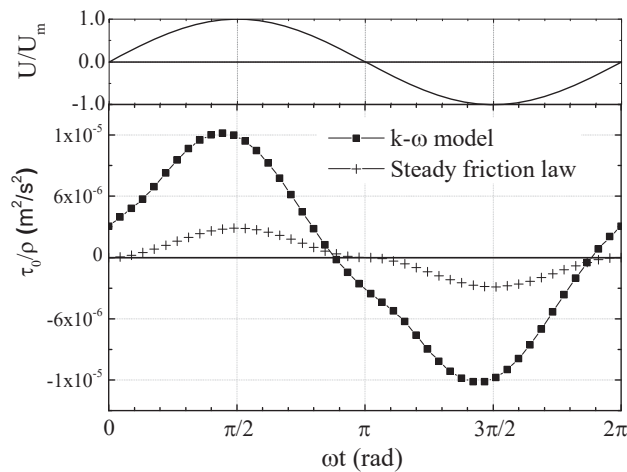
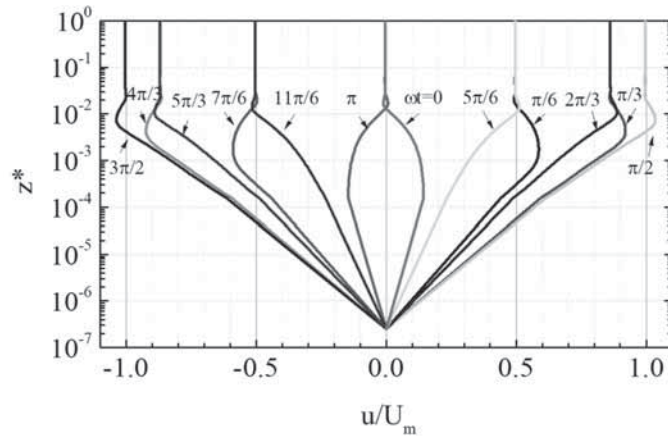
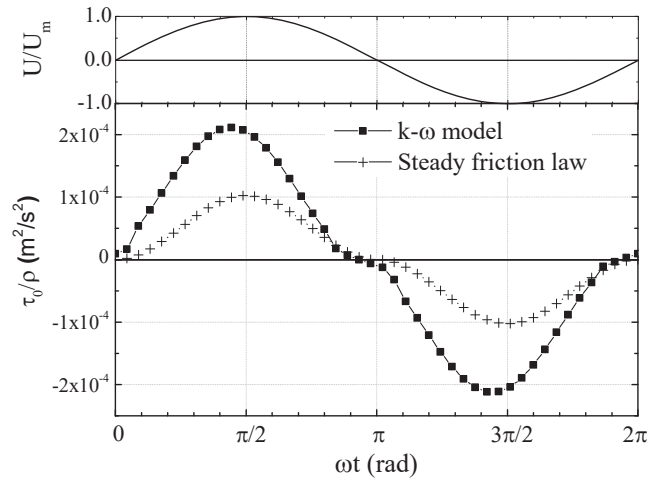


図6 底面せん断力 (Case 2, $h=1000\text{m}$)

図 7 流速分布 (Case 3, $h=100\text{m}$)図 8 底面せん断力 (Case 3, $h=100\text{m}$)

る。図 6 の底面せん断力図において、定常流式はやはり過小評価をしている。

図 7 には Case 3 ($h=100\text{m}$) に対して計算により得られた速度分布を表す。やはり、水深の大部分で速度は一様分布を有し、底面近傍に薄い境界層が存在している。図 8 には数値計算により得られた底面せん断力を表す。定常流摩擦係数による値は $k-\omega$ モデルによる計算値の約半分程度である。

以上より、本論文の計算ケースはいずれも図 1 において灰色に着色した領域に対応していることが判明した。すなわち、長波条件を満たしてにもかかわらず、境界層において非定常効果を見逃すことは出来ないケース

であり、田中ら⁶⁾が理論的に示した結果を乱流モデルにより確認した。

4. おわりに

本論文においては、津波の下での乱流底面境界層に関して数値的な検討を行った。これによれば、本研究で対象としたケースにおいては長波条件を満たしていても、定常流の抵抗則が当てはまらないことが明らかになった。

謝辞：

本研究を行うにあたり、大成学術財団の助成を受けた。ここに記して深甚なる謝意を表す。

参考文献

- 1) 首藤伸夫：海底摩擦による非線形長波の減衰，第22回海岸工学講演会論文集，pp.65-68, 1975.
- 2) Liu, P.L.-F., Park, Y.S. and Cowen, E.A.: Boundary layer flow and bed shear stress under a solitary wave, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.574, pp.449-463, 2007.
- 3) Vittori, G. and Blondeaux, P.: Turbulent boundary layer under a solitary wave, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.615, pp.433-443, 2008.
- 4) Sumer, B.M., Jensen, P.M., Sørensen, L.B., Fredsøe, J., Liu, P.L.-F. and Cartesen, S.: Coherent structures in wave boundary layers. Part 2. Solitary motion, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.646, pp.207-231, 2010.
- 5) Tanaka, H., Winarta, B., Suntoyo and Yamaji, H.: Validation of a new generation system for bottom boundary layer beneath solitary wave, *Coastal Engineering*, Vol.59, No.1, pp.46-56, 2012.
- 6) 田中 仁・Nguyen Xuan Tinh・宋 文世：津波の下での底面境界層発達と底面せん断力特性，土木学会論文集B2（海岸工学），Vol.74, No.2, pp.I_313-I_318, 2018.
- 7) 椿 東一郎：水理学I，森北出版，208p, 1973.
- 8) Chow, V.T.: *Open-Channel Hydraulics*, McGraw-Hill, 700p, 1959.
- 9) Jonsson, I.G.: Wave boundary layers and friction factors, *Proceedings of 10th International Conference on Coastal Engineering*, pp.127-148, 1966.
- 10) Jensen, B.L., Sumer, B.M. and J. Fredsøe, J.: Turbulent oscillatory boundary layers at high Reynolds numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.116, pp.265-298, 1989.
- 11) Swart, D.H.: Offshore sediment transport and equilibrium beach profiles, *Delft Hydraulics Laboratory, Publication No.131*.
- 12) Kamphuis, J.W.: Friction factors under oscillatory waves, *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol.101, No.WW2, pp.135-144, 1975.
- 13) Tanaka, H.: An explicit expression of friction coefficient for a wave-current coexistent motion, *Coastal Engineering in Japan*, Vol.35, No.1, pp.83-91, 1992.
- 14) Schlichting, H.: *Boundary Layer Theory*, 9th ed., McGraw-Hill, 805p, 1979.
- 15) Sana, A. and Tanaka, H.: Full-range equation for wave boundary layer thickness, *Coastal Engineering*, Vol.54, pp.639-642, 2007.
- 16) Sana, A., Ghumman, A.R. and Tanaka, H.: Modeling of a rough-wall oscillatory boundary layer using two-equation turbulence models, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.135, No.1, pp.60-65, 2009.
- 17) Williams, I.A. and Fuhrman, D.R.: Numerical simulation of tsunami-scale wave boundary layers, *Coastal Engineering*, Vol. 110, pp.17-31, 2016.