

津波高および波力の確率分布, 被害関数および津波漂流物の衝突力に関する研究

泉宮 尊司*

1. 緒言

津波による被害を精度良く予測するためには, 地震の規模および地震断層の位置を正確に推定する必要がある。これまで歴史地震に関しては, 断層の位置および形状等を仮定して, 相田によって提案された K 値および κ 値を用いて断層諸元を決定してきた^{1), 2)}。しかしながら, 断層の位置および大きさが未知な状況においては, K 値および κ 値だけでは十分ではなく, 津波高分布の相似性や類似性を表す新たな指標があると大変有益である。

歴史地震では, ある限られた数の地震の震度情報および津波痕跡高のデータを有効に利用して, 地震断層の位置および規模を決定しなければならない^{3), 4)}。このようなとき, 津波高の確率分布やその代表値と地震の規模との関係が明らかになっていけば, 効率的にかつ精度もより高く推定することができるようになる。著者らは⁵⁾, 海岸線付近の津波高分布が, 複雑な海底地形によって, 津波の伝播過程における各種変形により, 対数正規分布となることを理論的に示した。この成果は, 津波高分布が対数正規分布になるだけでなく, 津波流速および単位幅当りの全静水圧および動水圧の確率分布に関しても, その確率密度関数が推定できることを意味している。そこで本研究では, それらの確率密度関数を算定し, 津波外力の確率特性を明らかにする。

また, 著者らは津波高分布の相似性および類似性指標として, 観測値および津波計算値のデータを 2 つのベクトルとして表し, その内積から得られる余弦値 $\cos\theta$ 値を用いることを提案している⁵⁾。しかしながら, 紙面の制約もあり, その指標の詳細な特性を説明す

ることができなかったため, 本論文においてやや詳しく述べることにする。

さらに, 津波外力および建物の耐力が対数正規分布で与えられるときに, 建物の破壊確率がそれらの代表値で与えられ, しかも数値積分することなく, Gauss の誤差関数で表され⁶⁾, これまでに経験的に用いられてきた被害関数と一致することを明らかにしている。

最後に, 津波漂流物の運動とそれによる衝突力の予測に関して, 流水中の移動物体に働く力を精度よく推定するために, 抗力係数および仮想質量係数が, Reynolds 数だけでなく Froude 数の関数になることを示し, それらの関係式を算定して用いることにより, 衝突力波形を精度良く予測することができることを示している。

2. 津波高および波力の確率密度関数

津波高の確率分布は, 津波浸水被害の予測を行う上で, 極めて重要な要素である。著者ら⁵⁾は, 津波の伝播過程において複雑な海底地形によって, 浅水, 屈折・回折, 底面摩擦および碎波変形を受けるために, 海岸線付近の津波高は, 対数正規分布となることを初めて理論的に示した。その最後の関係式を再現すると, 中心極限定理により津波高の対数値 $\log H_n$ は,

$$\begin{aligned} & (\log H_n - \mu - \log H_0) / \sqrt{V} \\ &= \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_{n-1} + \varepsilon_n - \mu)}{\sqrt{V}} \\ &\rightarrow N(0,1) \end{aligned} \quad (1)$$

すなわち,

$$\log H_n \rightarrow N(\mu + \log H_0, \sigma^2) \quad (2)$$

となることである。ここに, H_n は海岸線付近の津波高, H_0 は沖合いの津波高, μ は各種変形係数比の増加量の平均値, および $V = \sigma^2$

*日本海地震津波防災研究会

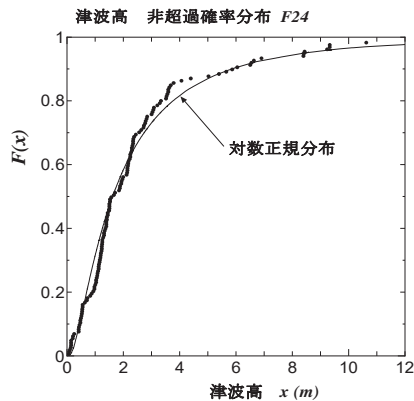


図 1 断層 F24 による津波高分布の比較

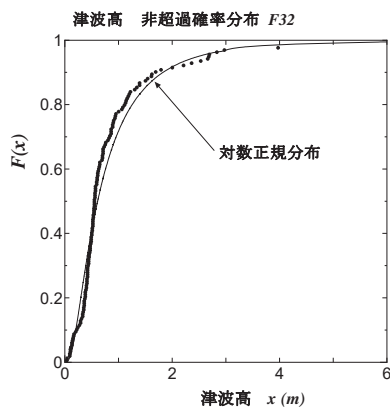


図 2 断層 F32 による津波高分布の比較

はその分散を示しているが、詳しくは原著論文⁵⁾を参照されたい。 ε_i は各種変形による無次元係数で、これが複雑な海底地形によりランダムな確率変数になることから、津波高 H_n が対数正規分布となるのである。したがって、ある特定の海岸のみにおいては、 ε_i がランダムな確率変数と見なすことはできないと推測されるが、県レベルの広がりでは、様々な海岸があるため ε_i がランダムな確率変数となり、津波高は対数正規分布となるのである⁶⁾。

図 1 および図 2 は、日本海における大規模地震に関する調査検討会⁷⁾による日本海における地震断層 F24 および F32 による各市町村における津波高の分布を示したものである。これらのデータは、北海道から島根県までのかなり広域のデータであるが、多少のゆ

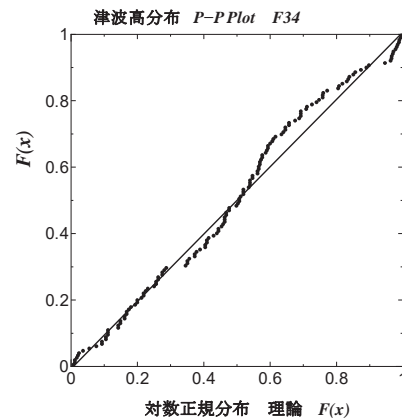


図 3 津波高分布の P-P プロット (断層 F34)

らぎがあるものの、ほぼ対数正規分布に従っていると言える。同じく図 3 は、断層 F34 による津波高の分布の対数正規分布に対する P-P プロットを示したものである。この図からも海岸線付近の津波高はほぼ対数正規分布に従っていることが分る。

津波高の確率密度関数が対数正規分布に従うことより、対数正規分布の特性より様々な物理量の確率分布も理論的に見出すことができる。すなわち、津波高あるいは浸水深 h のべき乗 h^m 、単位幅当りの全静水圧、津波流速 v 、単位幅当りの動水圧、および津波流による抗力などの確率分布も算定することができる。

(1) 津波高あるいは浸水深のべき乗 $s=h^m$ の確率密度関数

いま津波高あるいは浸水深 h の確率密度関数が対数正規分布であるとすると、

$$f(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma h} \exp\left[-\frac{(\ln h - \lambda)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (3)$$

と表される。ここに、 λ は津波高あるいは浸水深の対数平均値、 σ^2 はその分散である。ここで、 $s=h^m$ とおくと、

$$\ln s = m \ln h \quad (4)$$

となり、 $s=h^m$ の確率密度関数 $g(s)$ は、 $g(s) = f(h)|dh/ds|$ より、次式で与えられる。

$$g(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma m s} \exp\left[-\frac{(\ln s - m\lambda)^2}{2(m\sigma)^2}\right] \quad (5)$$

上式より、津波高あるいは浸水深 h のべき乗も対数正規分布となり、その平均値が $m\lambda$ 、

分散が $(m\sigma)^2$ となることが分る。

(2) 単位幅当りの全静水圧 $P_S = (1/2) \rho g h^2$ の確率密度関数

単位幅当りの全静水圧 $P_S = (1/2) \rho g h^2$ は, 津波高 h のべき乗で表されるので, (1) で示されたように P_S も対数正規分布となる。

$$\ln P_S = 2 \ln h + \ln(1/2 \rho g) \quad (6)$$

$$f(P_S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} 2\sigma P_S} \cdot \exp \left[-\frac{(\ln P_S - 2\lambda - \ln \rho g / \sqrt{2})^2}{2(2\sigma)^2} \right] \quad (7)$$

ここに, ρ は海水の密度, g は重力加速度である。上式の関係より, 平均値が $2\lambda + \ln \rho g / \sqrt{2}$ 分散が $(2\sigma)^2$ の対数正規分布となることが分る。

(3) 津波流速 v の確率密度関数

津波流速 v は, フルード数 F_r をパラメタとして, 浸水深 h と以下のような関係にある。

$$v = F_r \sqrt{gh} = \sqrt{g} F_r h^{1/2} \quad (8)$$

ここで, 浸水深 h と津波流速 v を確率変数とすると, v は h の 1/2 乗に比例することから,

$$f(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} (\frac{\sigma}{2}) v} \cdot \exp \left[-\frac{(\ln v - \lambda/2 - 1/2 \ln g F_r^2)^2}{2(\sigma/2)^2} \right] \quad (9)$$

と表すことができる。津波流速 v の確率密度関数もフルード数 F_r をパラメタとして対数正規分布で表される。フルード数 F_r も確率変数である場合には, その確率密度関数 $f(F_r)$ を乗じて期待値をとるとよい。

(4) 単位幅当りの動水圧 P_D の確率密度関数

水深方向に積分された単位幅当りの動水圧 P_D の確率密度関数は,

$$P_D = \frac{1}{2} \rho v^2 h = \frac{1}{2} \rho g F_r^2 h^2 \quad (10)$$

と表されるので, 式 (8) の関係式を用いて動水圧 P_D は浸水深 h とフルード数 F_r の関数として表され, その確率密度関数は,

$$f(P_D) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} (2\sigma) P_D} \cdot \exp \left[-\frac{(\ln P_D - 2\lambda - \ln \rho g F_r^2 / 2)^2}{2(2\sigma)^2} \right] \quad (11)$$

となる。平均値は, $2\lambda + \ln(\rho g F_r^2 / 2)$, 分散は $(2\sigma)^2$ となる。

(5) 水深方向に積分された抗力 F の確率密度関数

水深方向に積分された抗力 F は,

$$F = \frac{1}{2} \rho C_D v^2 h = \frac{1}{2} \rho g C_D F_r^2 h^2 \quad (12)$$

と表される。ここに, C_D は抗力係数である。

(4) の単位幅当りの動水圧 P_D とほぼ同様な関係式であるため, 抗力 F の確率密度関数は次式で与えられる。

$$f(F) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} (2\sigma) F} \cdot \exp \left[-\frac{(\ln F - 2\lambda - \ln(\rho g C_D F_r^2 / 2))^2}{2(2\sigma)^2} \right] \quad (13)$$

同じく対数正規分布で表され, 平均値は $2\lambda + \ln(\rho g C_D F_r^2 / 2)$, 分散は $(2\sigma)^2$ となる。

3. 津波高分布の相似性および類似性指標について

観測された津波高あるいは遡上高と計算されたそれらとを比較する場合において, 地震断層の位置および規模が一致したものでなければ正解とはならない。これまで地震断層の位置および規模を決める手法として, 相田による K 値および κ 値が経験的に用いられてきた^{1), 2)}。しかしながら, 歴史地震津波を含めた場合を想定すると, 当然のことではあるが, 地震断層の正確な位置および規模は不明であり, 数少ない震度情報や津波高のデータをたよりに, 地震断層の位置および規模を決

定しなければならない^{3), 4)}。このようなとき、地震規模に関わりなく、津波高分布の相似性および類似性から、地震断層の位置が決められると大変有益である。

著者らは、津波高分布の相似性および類似性指標として、2つのベクトルの内積から得られる余弦値 $\cos\theta$ 値を用いることを提案している⁵⁾。これに関しては、論文では紙面の制約から十分に記述することはできなかったため、ここにおいてやや詳しく説明したい。

いま、観測値の津波高あるいは遡上高を R_i とし、それらをベクトル \mathbf{a} で表す。また、計算によって得られた津波高あるいは遡上高を \mathbf{b} ベクトルで表し、津波高の比例係数を α 、実測値との誤差を ε_i とする。

$$\mathbf{a} = (R_1, R_2, R_3, \dots, R_{n-1}, R_n) \quad (14)$$

$$\mathbf{b} = (\alpha R_1 + \varepsilon_1, \alpha R_2 + \varepsilon_2, \dots, \alpha R_n + \varepsilon_n) \quad (15)$$

このとき、ベクトルの内積から得られる余弦値 $\cos\theta$ 値は、

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|} \\ &= \frac{(\alpha R_1^2 + \varepsilon_1 R_1 + \alpha R_2^2 + \varepsilon_2 R_2 + \dots + \alpha R_n^2 + \varepsilon_n R_n)}{[R_1^2 + R_2^2 + \dots + R_n^2]^{1/2} [\alpha^2 R_1^2 + 2\alpha \varepsilon_1 R_1 + \varepsilon_1^2 + \dots + \varepsilon_n^2]^{1/2}} \end{aligned} \quad (16)$$

と表される。ここで、 \mathbf{R} ベクトルと $\boldsymbol{\varepsilon}$ ベクトルを以下のように定義し、

$$\mathbf{R} = \mathbf{a} = (R_1, R_2, R_3, \dots, R_{n-1}, R_n) \quad (17)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) \quad (18)$$

その内積をとると、

$$\mathbf{R} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1 R_1 + \varepsilon_2 R_2 + \dots + \varepsilon_n R_n) \quad (19)$$

となる。この内積の値は、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ ベクトルが全くランダムな確率変数であれば、Gauss 分布となり、値 0 付近で極大値をもつ分布となると推測される。そこで、その最頻値付近、すなわち、 $\mathbf{R} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} = 0$ の場合の $\cos\theta$ 値について調べることにする。すなわち、 \mathbf{R} ベクトルと $\boldsymbol{\varepsilon}$ ベクトルが直交するとき、 $\cos\theta$ の値は、

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|} \\ &= \frac{1}{[1 + (\varepsilon_1^2 + \dots + \varepsilon_n^2) / \alpha^2 (R_1^2 + R_2^2 + \dots + R_n^2)]^{1/2}} \\ &= \frac{1}{[1 + \varepsilon^2 / \alpha^2 R^2]^{1/2}} = \frac{1}{[1 + \delta^2 / \alpha^2]^{1/2}} \end{aligned} \quad (20)$$

となり、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ ベクトルと \mathbf{R} ベクトルとの大きさの比で表される。ここに、 $\delta = |\boldsymbol{\varepsilon}|/|\mathbf{R}|$ は誤差ベクトルの相対値を示す。 $|\boldsymbol{\varepsilon}|=0.0$ の場合には、完全に相似で \mathbf{a} ベクトルと \mathbf{b} ベクトルは比例関係 ($\mathbf{a} = \alpha \mathbf{b}$) にあり、 $\cos\theta = 1.0$ となる。図 4 および図 5 は、 $\cos\theta$ の値と、 $\delta = |\boldsymbol{\varepsilon}|/|\mathbf{R}|$ との関係を示したもので、後者は図 4 の一部を拡大したものである。これらの図より、誤差の相対値 $\delta = |\boldsymbol{\varepsilon}|/|\mathbf{R}|$ が小さくなるほど、 $\cos\theta$ の値が 1.0 に近づき、相似倍率 α の値が小さくなる

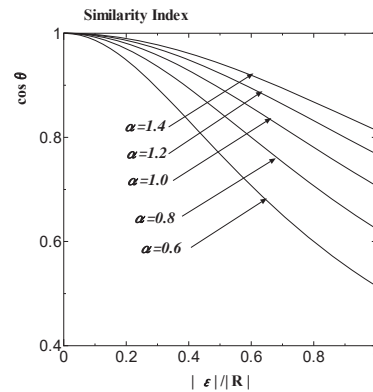


図 4 $\cos\theta$ の値と誤差の相対値 $\delta = |\boldsymbol{\varepsilon}|/|\mathbf{R}|$ との関係

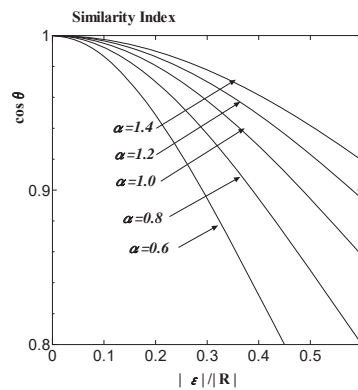


図 5 $\cos\theta$ の値と誤差の相対値 $\delta = |\boldsymbol{\varepsilon}|/|\mathbf{R}|$ との関係 (拡大図)

ほど, $\cos\theta$ の値は 1.0 より小さくなる。これは, 相似倍率 α の値が小さくなると, 誤差ベクトルの大きさが相対的に大きくなるため, 相関関係がより低下するためである。

ここで, 誤差の相対値 $\delta=|\varepsilon|/|R|$ の値が 0.2 以下の場合, 相似性および類似性指標である $\cos\theta$ の値は 0.96 程度以上であり, 有義に類似していると言えよう。さらに, 誤差の相対値 $\delta=|\varepsilon|/|R|$ の値が 0.1 以下の場合には, $\cos\theta$ の値は 0.98 程度以上であり, 0.99 以上であればほぼ相似な分布ということができる。

4. 被害関数が誤差関数で表される理論的背景

津波が海岸線を越えて陸上部に遡上すると, 浸水が始まり, 浸水深がある大きさに達すると, 静水圧や動水圧のために建物は破壊するようになる。津波の浸水深は, 2 で述べたように, ある広がりをもつ地域においては, 対数正規分布となり, 単位幅当りの全静水圧および動水圧も同様に対数正規分布で表される。

一方, 建物の単位幅当りの耐力に関しては, 如何なる分布になるかを検討した研究は殆ど見当たらないが, 材料強度の分布として用いられている Weibull 分布⁸⁾ は, 1 つの候補分布関数として挙げることができる。さらには, 2 母数あるいは 3 母数の対数正規分布も Weibull 分布に代わる分布として用いることもできる。これらの確率分布のいずれが正しいかを検証するには, それが可能となるだけの建物の耐力のデータが必要である。しかしながら, このようなデータが殆ど得られていない現状では^{9), 10)}, 何らかの判断を下して, 採用するしかないと考えられる。

確率密度関数の類似度を測る指標として, Kullback-Leibler 情報あるいは Kullback-Leibler Divergence という量がある¹¹⁾。これは, 2 つの確率分布関数に対して, 全くの同一の確率密度関数であれば, Kullback-Leibler 情報は 0 となり, 絶対値が小さいほど近い分布関数であると言えるものである。Weibull 分布の場合には, 位置母数, 尺度母数および形

状母数の 3 母数, 対数正規分布の場合には, 位置母数および尺度母数, すなわち対数平均値および分散の 2 母数である。Weibull 分布の形状母数が 1.4 以上であれば, 対数正規分布とかなり形状が類似しており, 建物の耐力の確率密度関数として対数正規分布を用いても, 大きな誤差は生じないものと推測される。このことを定量的に示すには, 上に述べた Kullback-Leibler 情報を計算すればよいが, 詳細については別の機会に譲ることにする。

ここで, 津波外力 F と建物耐力 R の比 $Z=R/F$ で表した性能関数 Z を用いることにする。 R および F が対数正規分布に従う場合, 性能関数 Z も対数正規分布となり, その確率密度関数は, 次式で表される⁶⁾。

$$f(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta_Z Z} \exp\left[-\frac{(\ln Z - \lambda_Z)^2}{2\zeta_Z^2}\right] \\ = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\zeta_F^2 + \zeta_R^2} Z} \exp\left[-\frac{(\ln Z - \lambda_R + \lambda_F)^2}{2(\zeta_F^2 + \zeta_R^2)}\right] \quad (21)$$

ここに, 性能関数 Z の確率密度関数の対数平均値 λ_Z および対数標準偏差 ζ_Z は,

$$\lambda_Z = \lambda_R - \lambda_F, \quad \zeta_Z^2 = \zeta_F^2 + \zeta_R^2 \quad (22)$$

で与えられる。ここに, λ_F および ζ_F はそれぞれ津波波力 F の対数平均値および対数標準偏差, λ_R および ζ_R はそれぞれ建物耐力 R の対数平均値および対数標準偏差を示す。建物の破壊確率 P は, $0 \leq Z=R/F \leq 1$ の確率として,

$$P = \int_0^{1.0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\zeta_F^2 + \zeta_R^2} Z} \exp\left[-\frac{(\ln Z - \lambda_R + \lambda_F)^2}{2(\zeta_F^2 + \zeta_R^2)}\right] dZ \quad (23)$$

で算定される。さらに, 以下のような変数変換を行うと,

$$t = \frac{\ln Z - \lambda_Z}{\sqrt{2}\zeta_Z} \quad (24)$$

最終的に破壊確率 P は,

$$P = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{-\frac{\lambda_Z}{\sqrt{2}\zeta_Z}} e^{-t^2} dt = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{-\lambda_Z}{\sqrt{2}\zeta_Z}\right) \right] \quad (25)$$

で与えられる⁶⁾。式 (22) の関係式を用いると,

$$P = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\lambda_F - \lambda_R}{\sqrt{2} \sqrt{\zeta_F^2 + \zeta_R^2}} \right) \right] \quad (26)$$

と表される。ここに、 $\operatorname{erf}(x)$ は、Gauss の誤差関数である。

一方、従来より経験的に用いられている被害関数は、次式で表される^{12), 13), 14)}。

$$P = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi t} \exp \left[-\frac{(mt-\lambda)^2}{2\xi^2} \right] dt \quad (27)$$

上式は誤差関数を用いて、

$$P = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\ln x - \lambda}{\sqrt{2}\xi} \right) \right] \quad (28)$$

と表される。ここに、 x は津波外力指標、 λ は $\ln x$ の平均値、 ξ は $\ln x$ の標準偏差である。式 (28) と理論的に算定された式 (26) を比較すると、

$$\frac{\lambda_F - \lambda_R}{\sqrt{\zeta_F^2 + \zeta_R^2}} = \frac{\ln x - \lambda}{\xi} \quad (29)$$

なる関係式が成立するとき、両者は完全に一致することになる。この関係式は、津波外力指標 F および x と建物耐力 R との関係を示す重要な関係式で、次式のように書くこともできる。

$$\lambda_F - \lambda_R = \frac{\sqrt{\zeta_F^2 + \zeta_R^2}}{\xi} \ln x - \frac{\sqrt{\zeta_F^2 + \zeta_R^2}}{\xi} \lambda \quad (30)$$

ここで、津波外力指標として最大浸水深 h を採用すると、 $\ln h$ の関数となることを示唆するものである。実際に著者らが行ったように⁶⁾、津波外力として、単位幅当りの全静水圧を採用すると、

$$\lambda_F = 2 \ln h + \ln \frac{w}{2} + \langle \ln(1 + 2KF_r^2) \rangle \quad (31)$$

となる。ここに、 w は流体の単位重量、 F_r はフルード数、 $\langle \rangle$ はフルード数 F_r に関して期待値をとることを意味している。

建物の被害確率を算定するには、Gauss の誤差関数 $\operatorname{erf}(x)$ を計算しなければならない。しかしながら、この関数は初等関数では表されないため、数値積分による関数ライブラ

リーにあるものを利用するしかないと思われる。ところが、Abramowitz-Stegun¹⁵⁾ によると、Hastings Jr. の著書¹⁶⁾ にこの関数の極めて精度の高い有理関数式が示されている。特に利用をお勧めしたいので、ここにその関数式のみを記述しておくことにする。

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (32)$$

$$\operatorname{erf}(x) = 1 - \frac{1}{[1 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_6 x^6]^{16}} + \varepsilon(x) \quad (33)$$

$$|\varepsilon(x)| \leq 3 \times 10^{-7} \quad (34)$$

この有理関数の近似式の誤差が、6 個の係数 a_i ($i=1, \dots, 6$) のみを用いただけで、 3.0×10^{-7} 以下であることから、驚くほどの精度である。なお、係数 a_i に関しては、小数点以下 10 桁で示されており、Hastings, Jr. の著書¹⁶⁾ あるいは Abramowitz-Stegun の Handbook¹⁵⁾ を参照されたい。

5. 津波流中の物体の抗力係数および漂流物の衝突力について

津波が陸上部に遡上すると、砕波やボアを伴いながら浸水深は徐々に増加し、建物を破壊しながら伝播する。特に木造の建造物の場合には、浸水深がある大きさ以上になると、遡上した津波の静水圧および動水圧により、家屋が基礎から引き離されて浮遊状態で漂流することになる。このような漂流物は、塊としての硬さや質量を有しているため、衝突する際には大きな衝突力を発生させることがある。したがって、浮遊津波漂流物の運動を精度よく予測することは、衝突力を精度良く算定する上で重要なことである。

流体中にある物体に働く波力は、一般的に慣性力と抗力の和で表される以下に示すような Morrison 公式がよく用いられる¹⁷⁾。

$$F = \rho C_M V \dot{u} + \frac{1}{2} \rho C_D A u |u| \quad (35)$$

ここに、 ρ は流体の密度、 u は流速成分、 C_M

は慣性力係数 (質量力係数), C_D は抗力係数, V は物体の水中部の体積, A は流速方向の物体の射影面積である。この公式は, 物体が静止している場合の流体力を示す経験的な関係式で, 抗力あるいは慣性力のどちらかが卓越する場合には, 精度が比較的高いが, 両者が有意な値を持つ場合には, 近似精度は余り高くないことが知られている。

いま, 図 6 に示すように漂流物が半没水状態で漂流速度 v_x で移動している場合, 漂流物に働く漂流力は, Morrison 式を拡張して一般に次式で表されている¹⁸⁾。

$$F = \rho V \dot{u} + \frac{1}{2} \rho C_D A (u - v_x) |u - v_x| + \rho (C_M - 1) V (\dot{u} - \dot{v}_x) \quad (36)$$

ここに, 上式右辺第 1 項は, Froude-Krylov 力と呼ばれる圧力による力で, 線形ポテンシャル流れでは, 第 1 項のように表される。しかしながら, 流れがせん断乱流で物体背後等に渦が存在し, 流れに非線形性が存在する場合には, Froude-Krylov 力はもはや $\rho V \dot{u}$ とはならず, その補正係数 C_p を用いて,

$$F = \rho C_p V \dot{u} + \frac{1}{2} \rho C_D A (u - v_x) |u - v_x| + \rho (C_M - C_p) V (\dot{u} - \dot{v}_x) \quad (37)$$

と表す方がより一般的と思われる。ここに, $C_a = C_M - C_p$ は仮想 (付加) 質量係数と呼ばれる係数である。このことは, Froude-Krylov 力の定義式から導くと分りやすい。

ここで, Froude-Krylov 力を F_{FK} とおくと,

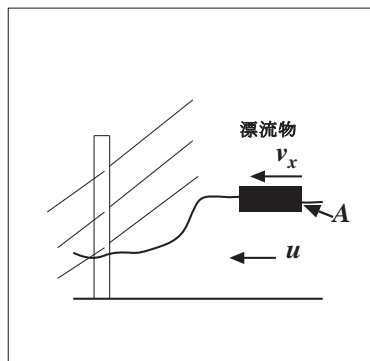


図 6 津波流速と漂流物の漂流速度

$$F_{FK} = - \iint_A P \cdot n dS \quad (38)$$

と表される。ここに, P は圧力, n ベクトルは物体表面に垂直で外側に向いている単位ベクトルである。上式に Gauss の発散定理を適用すると,

$$F_{FK} = - \iiint_V \nabla P dV \quad (39)$$

となる。ここで, 流体中の物体の大きさが, 流れの代表長さと比べて十分に小さいとすると, V の中では ∇P はほぼ一定と見なされるために, 体積積分の外に出すことができ, 流体の線形の運動方程式を用いると,

$$F_{FK} = - \nabla P \iiint_V dV = - \nabla P \cdot V = \rho \dot{u} V \quad (40)$$

なる関係式を得る。上式から分るように, Froude-Krylov 力は圧力勾配に由来する力で, 線形であればそれが流体の加速度に比例する量で表されることである。したがって, 式(36)の関係は, 物体が十分に小さく, かつ流れが線形であると見なされる場合に成立するものである。実際には, 物体の大きさは有限であり, 流れの非線形性も存在することから, 式(37)は簡易的な補正係数として C_p を用いたものである。

漂流物に働く流体力は, 式(37)等で与えられるので, 抗力係数 C_D , および仮想 (付加) 質量係数 $C_a = C_M - C_p$ 等を精度よく推定できればよいことになる。これまで, 抗力係数 C_D および仮想質量係数 C_a は, 流れの Reynolds 数の関数となることは知られているが, Froude 数の関数にもなることは余り知られていない。

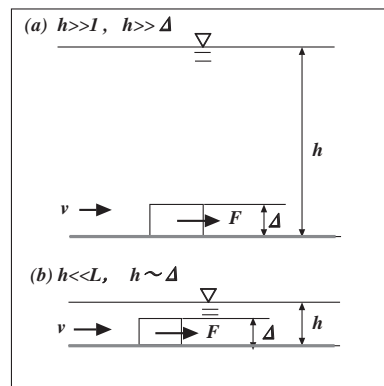


図 7 自由水面をもつ流れによる流体力

図 7 の (a) に示すように、浸水深 h が物体の代表高さ Δ と比較して十分に大きい場合には、物体が存在することが自由水面に与える影響は小さく Froude 数の値も小さいので、Reynolds 数の影響よりも Froude 数のそれは相対的に小さいと見なせる。しかしながら、図 7 の (b) のように浸水深 h が物体の代表高さ Δ と同程度で、津波のように浅い自由水面をもつ流れの場合には、物体の存在が自由水面に直接影響を与えると共に、流れや圧力分布も有意に変化するので、抗力係数はフルード数の関数となることが予想される。

ここで、流体中の物体に働く力がどのような物理量と関係するかを考えることにする。ただし、遡上している津波による流れのように、代表周期が十分に長い場合には、波による波力とは異なり、津波の代表周期とは殆ど関係ないものとする。流体中の物体に働く力 F は、流体の密度を ρ 、粘性係数を μ 、重力加速度を g 、浸水深を h 、流速を v 、物体の高さあるいは代表径を Δ 、奥行き幅を B とすると、

$$f(\rho, \mu, g, h, v, \Delta, B, F) = 0 \quad (41)$$

なる関係が成立する。ここに、 $f(\)$ はある関数を表している。上式において、関係する物理量が 8 個、基本単位の数 3 個であるので、Buckingham の π の定理より¹⁹⁾、 $8-3=5$ 個の無次元量が存在する。すなわち、5 個の無次元量は次元解析より、

$$g(F/\rho\Delta Bv^2, v\Delta/\mu\rho, v/\sqrt{gh}, \Delta/h, B/h) = 0 \quad (42)$$

なる関係が成立する。ここに、 $g(\)$ はある関数を表している。この関係式は、以下のように書換えることもできる。

$$\frac{F}{(1/2)\rho\Delta Bv^2} = C_D = g(Re, Fr, \Delta/h, B/h) \quad (43)$$

ここに、 $Re = v\Delta/\mu\rho$ 、および $Fr = v/\sqrt{gh}$ である。上の関係式は、正に抗力係数 C_D が、Reynolds 数と Froude 数の関数となることを示している。

重枝ら²⁰⁾ は、水没柱状物体に働く流体力を三分力計により計測することにより、抗力係数を算定し、その係数が Reynolds 数および Froude 数の関数であることを示し、相対

水深との関連についても検討している。

中山ら²¹⁾ は、漂流物による衝突力を精度良く推定するために、漂流物およびワイヤの変位をビデオ画像により計測し、式 (37) を用いて、抗力係数および付加質量係数を算定している。さらに、それらの係数を Reynolds 数と Froude 数の関数として表している。

図 8 および図 9 は、漂流物の衝突力波形の比較を行ったものである^{21), 22)}。図中の○印は、衝突力の実測値で、ワイヤの変位より算定したものである。同じく●印は抗力係数および仮想質量力係数を Reynolds 数と Froude 数の関数として算定された関係式と Morison 式を用いて、推定した衝突力波形である。なお、凡例の赤線は、水谷による算定式による結果²³⁾ を、青線および緑線は、抗力係数 C_D および付加質量係数 C_M を、それぞれ 2.5 および

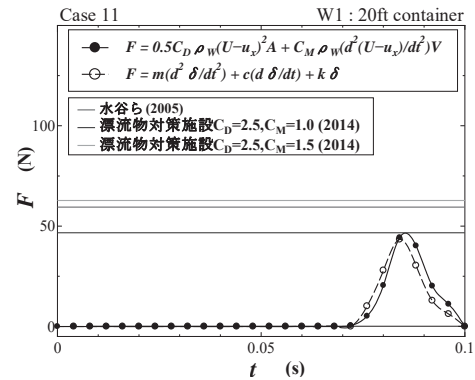


図 8 衝突力波形の比較 (Case 11)

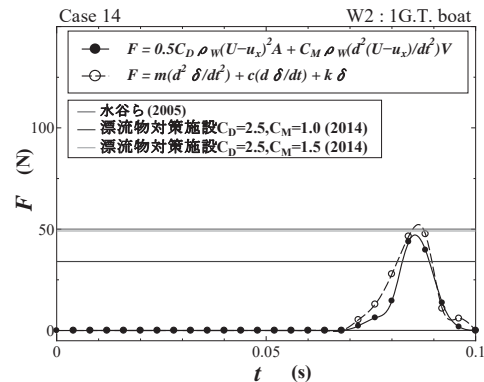


図 9 衝突力波形の比較 (Case 14)

1.0, 2.5 および 1.5 として衝突力の最大値を推定したものである²⁴⁾。なお, 図中の凡例の $C_M \rho_w d^2 (U-u) / dt^2$ V は $C_M \rho_w d (U-u) / dt$ V である²²⁾。これらの図より, 抗力係数および付加質量係数を Reynolds 数と Froude 数の関数として評価し, Morison 式を用いて算定した結果は, 衝突力波形の実測値と良く一致している。また, 従来法においてもおおよそその最大値は推定できており, その精度は, 抗力係数 C_D および付加質量係数 C_a の精度によっていると考えられる。

津波漂流物による衝突力に関しては, 波力式 (37) から分るように, 衝突によって漂流物の加速度 v_x の絶対値が大きくなること, および $(U-v_x)^2$ の値が大きくなることから生じるものであり, 津波流の加速度 \dot{u} の効果は十分に小さいものである。

6. 結論

本論文では, 津波の遡上による被害を予測する上で重要な津波高の分布に関する最新の成果, および津波高の相似性および類似性指標の特性について, 詳細に議論した。また, 従来から用いられてきた津波による被害関数および津波流中の物体の抗力係数および衝突力に関して議論した。その結果, 以下の事項が明らかとなった。

- (1) 海岸線付近の津波高の分布は, 複雑な海底地形による浅水, 屈折・回折, 摩擦および碎波変形によって変化し, その結果として対数正規分布となるが, そのためには海岸地形特性が有意に異なると見なせるだけの広域性が必要である。
- (2) 津波高や浸水深が対数正規分布となることから, 単位幅当りの全静水圧および動水圧, 津波流速および水深方向に積分された効力に関しても, 対数正規分布となることが示された。
- (3) 津波高分布の相似性および類似性指標として, 2つのベクトルの内積から得られる余弦値 $\cos\theta$ 値を提案し, その特

性について詳しく調べた。まず, 津波高分布が完全に比例関係 (相似) にある場合には, $\cos\theta$ 値は 1.0 となることが示された。

- (4) 誤差ベクトル ε と津波高ベクトル \mathbf{R} との比 $\delta=|\varepsilon|/|\mathbf{R}|$ が 0.2 以下では, $\cos\theta$ 値は 0.96 程度以上となり, $\delta=|\varepsilon|/|\mathbf{R}|$ が 0.1 以下では, 0.98 程度以上であり, 相似性および類似性が高いと判断できることが分った。
- (5) 被害関数が誤差関数で表される理論的な背景として, 津波高分布や津波外力が対数正規分布で表され, かつ建物の耐力に関しても対数正規分布で与えられる時に, 破壊関数すなわち被害関数が誤差関数で表されることを理論的に示した。
- (6) 従来から用いられている津波外力指標 x , $\ln x$ の平均値 μ および標準偏差 σ と, 津波外力分布の対数平均値および分散と建物耐力分布の対数平均値および分散との関係を明かにした。このことにより, 建物の耐力分布が分れば, 被害予測ができるようになった。
- (7) 津波漂流物に働く力および衝突力を精度良く行うために, 抗力係数および仮想質量力係数が, Reynolds 数だけでなく Froude 数の関数として表わされることを示した。このような結果は, 津波のように自由表面をもつ浅い流れであることに拠っている。
- (8) 漂流物による衝突力の解析において, 抗力係数および仮想質量力係数を Reynolds 数と Froude 数の関数として精度良く算定することにより, 衝突力波形も比較的精度良く予測できることが分った。

謝辞:

本研究において, 日本海の津波高の数値計算データは, 日本海における大規模地震に関する調査検討会による市町村別津波高データ

を用いたことを付記し、感謝する。また関連する研究で用いた津波痕跡データは、東北大学災害科学国際研究所、および原子力規制庁による津波痕跡データベースを、東北地方太平洋沖地震津波の痕跡データは東北地方太平洋沖地震津波合同調査グループによる調査結果を用いたことを付記し、感謝する。

参考文献

- 1) 相田 勇: 三陸沖の古い津波のシミュレーション, 地震研究所彙報, Vol. 52, pp. 71-101, 1977.
- 2) 土木学会原子力委員会津波評価部会: 原子力発電所の津波評価技術 (本編), pp. 2-110-2-190, 2002.
- 3) 羽鳥徳太郎: 天保4年(1833)山形沖地震とその津波の規模, 地震, 第43巻, pp. 227-232, 1990.
- 4) 松浦律子, 岩佐幸治, 出町知嗣, 古村美津子, 関根真弓, 鈴木保典, 中村 操: 1833年出羽沖地震の震源域について, 歴史地震, 第26号, p. 94, 2011.
- 5) 泉宮尊司, 篠原頼人: 津波高分布の相似性および類似性指標を用いた地震断層の位置および規模の推定法, 土木学会論文集 (海洋開発), Vol. 74 (2), pp. I 193-I 198, 2018.
- 6) 泉宮尊司, 山森隼人: 津波波力および建物耐力の確率分布を考慮した建物被害確率予測法に関する研究, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.71, No.2, pp. I 931-I 936, 2015.
- 7) 日本海における大規模地震に関する調査検討会: 報告書, データ集, 市町村別ケース別, 平均津波高 (全海岸線), 国土交通省, 内閣府, 文部科学省, http://www.milt.go.jp/river/shinngikai_blog/daikibojishinchousa/, 2014.
- 8) Weibull, W. : A statistical theory of the strength of materials, The Swedish Institute for Engineering Research, pp. 5-45, 1939.
- 9) 松富英夫, 首藤伸夫: 津波の浸水深, 流速と家屋被害, 海岸工学論文集, 第41巻, pp.246-250. 1994.
- 10) 飯塚秀則, 松富英夫: 津波氾濫流の被害想定, 海岸工学論文集, 第47巻, pp.381-385. 2000.
- 11) Kullback, S. and Leibler, R. A. : On information and sufficiency, Annals of Mathematical Statistics, Vol. 22, pp. 79-86, 1951.
- 12) Koshimura, S., H. Yanagisawa and F. Imamura : Developing fragility functions for tsunami damage estimation using numerical model and post-tsunami data from Banda Aceh, Indonesia, Coastal Engineering Jour. Vol. 51, No. 3 pp. 243-273, 2009.
- 13) 越村俊一, 行谷佑一, 柳澤英明: 津波被害関数の構築, 土木学会論文集 B2, 第65巻, pp.320-331, 2009.
- 14) 越村俊一, 郷右近英臣: 2011年東北地方太平洋沖地震津波災害における建物脆弱性と津波被害関数, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), 第68巻, pp.336-340. 2012.
- 15) Abramowitz M. and I. A. Stegun: Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, Dover Pub., New York, pp. 297-299, 1970.
- 16) Hastings, Jr. C.: Approximations for digital computers, Princeton Univ. Press, Princeton, N.J., 1955.
- 17) Morison, J.R., O'Brien, M.P., Johnson, J.W., Schaaf, S.A.: The force exerted by surface waves on piles, Petroleum Transactions, American Institute of Mining Engineers, Vol. 189, pp.149-154, 1950.
- 18) Faltinsen, O. M. : Sea Load on Ships and Offshore Structures, Cambridge Univ. Press, p. 328, 1993.
- 19) Buckingham, E.: On physically similar systems; illustrations of the use of dimensional equations, Physical Review, Vol. 4, pp. 345-376, 1914.
- 20) 重枝未玲, 秋山壽一郎, 石原 仁: 常流あるいは射流中に置かれた水没柱状体

- に働く流体力，水工学論文集，第 50 巻，pp. 889-894, 2006.
- 21) 中山朋大，泉宮尊司，石橋邦彦：津波漂流物対策施設に働く漂流物の衝突力波形の推定法に関する研究，土木学会論文集 B2 (海岸工学)，Vol.73 (2) , pp. I 967-I 972, 2017.
- 22) 中山朋大，泉宮尊司，石橋邦彦：土木学会論文集 B2 (海岸工学)，Vol.73 (2) の討議集，2018.
- 23) 水谷法美，高木祐介，白石和睦，宮島正悟，富田孝史：エプロン上のコンテナに作用する津波力と漂流物衝突力に関する研究，海岸工学論文集，第 52 巻，土木学会，pp. 741-745, 2005.
- 24) 一般財団法人沿岸技術研究センター，一般社団法人寒地港湾技術研究センター：津波漂流物対策施設設計ガイドライン，pp. 37-53, 2014.