

2016 年 11 月 22 日 福島県沖地震にて宮城県砂押川で発生した津波ソリトン波列の
現地再調査及び CIP 法による再現シミュレーション

千田 健一*

1. はじめに

2016 年 11 月 22 日福島県沖地震では、宮城県多賀城市の砂押川を津波がソリトン波列となり遡上する状況が宮城県警ヘリコプターによりビデオ撮影された¹⁾(図 1)。



図 1 砂押川を遡上する津波ソリトン波列¹⁾
多賀城市 多賀城駅付近 (宮城県警撮影)

表 1 2016 年 11 月 22 日福島県沖地震

発生時刻	午前 5 時 59 分
震源位置・深さ	福島県沖 深さ約 25 km
マグニチュード	M=7.3 (暫定)
最大震度	震度 5 弱

気象庁 速報より

本研究の目的は、インターネット上に公開されたビデオ画像と現地再調査より、同ソリトン波列の波長・波高を特定するとともに、筆者が開発中の CIP 法を用いた非線形分散長波シミュレーションモデル^{2)~4)}を用い、砂押川に遡上した津波ソリトン波列を再現することである。

2. シミュレーションモデル

2.1 基礎方程式の CIP 法への変形

津波解析の実務では、運動方程式を一次精度の風上差分で解く方法が多用される。その場合ソリトン波列のような短周期波では波高の減衰が生じる。これは移流項の数値粘性が主たる原因である。解決策として筆者は移流項を CIP 法で差分するシミュレーションモデルを開発中である。

$$\text{線形移流方程式 } \frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} = 0$$

は、速度 u が一定の時、 $f(x, t) = f(x - ut, 0)$ という厳密解をもつ⁵⁾(図 2)。

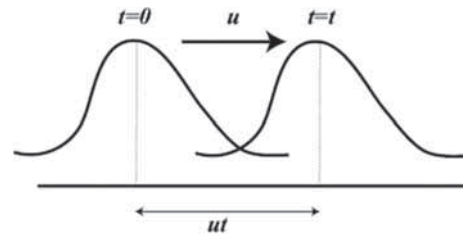
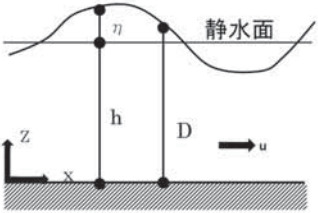


図 2 線形移流方程式の説明⁵⁾

CIP 法は、上記線形移流方程式に対する時・空間方向 3 次精度の高精度解法である。本研究では、CIP 法を保存型非線形移流方程式に拡張して用いる。シミュレーションモデルの詳細を表 2 に示す。

* (株) 防災技術コンサルタント

表 2 シミュレーションモデル

<p>【1】記号の説明 x : 空間座標 t : 時間座標 Δx : 空間格子間隔 Δt : 時間格子間隔 M : 流量フラックス η : 水位 h : 水深 D : 全水深 ($D = h + \eta$) u : 流速 ($M = u \cdot D$)</p> <p>【2】座標系</p>  <p>【3】基礎方程式 連続方程式 $\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad eq.1$ 運動方程式 保存型運動方程式 (後藤の分散項) ⁶⁾ $\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{D^2}{3} \left(\frac{\partial^3 M}{\partial t \partial x^2} \right) \quad eq.2$</p>	<p>【4】CIP のための基礎方程式変形 運動方程式の左辺は、連続の式 $u = \frac{M}{D}$ を用いて下記のように書き換える。 $\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial uM}{\partial x} + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial M}{\partial t} + M \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial M}{\partial x} + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad eq.3$ 従って、運動方程式は下記のように変形できる。 $\frac{\partial M}{\partial t} + M \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial M}{\partial x} + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{D^2}{3} \left(\frac{\partial^3 M}{\partial t \partial x^2} \right) \quad eq.4$</p> <p>【5】CIP 法による運動方程式の 2 段階分離解法 ■ 第 1 段階 非移流フェイズ 流量フラックス M の中間近似 M^* を求める。*は、非移流フェイズで時間発展後の値を表す。重力加速度項と、運動量項の空間微分は、中央差分近似とした。 $\frac{\partial M^*}{\partial t} + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + M \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad Eq.5$ $\frac{\partial M^*}{\partial t} = -gD \frac{\partial \eta}{\partial x} - M \frac{\partial u}{\partial x} \quad Eq.6$ ■ 第 2 段階 移流フェイズ Δt 後の M を CIP 法により求める。 $\frac{\partial M}{\partial t} + u \frac{\partial M^*}{\partial x} = 0 \quad Eq.7$</p>
---	--

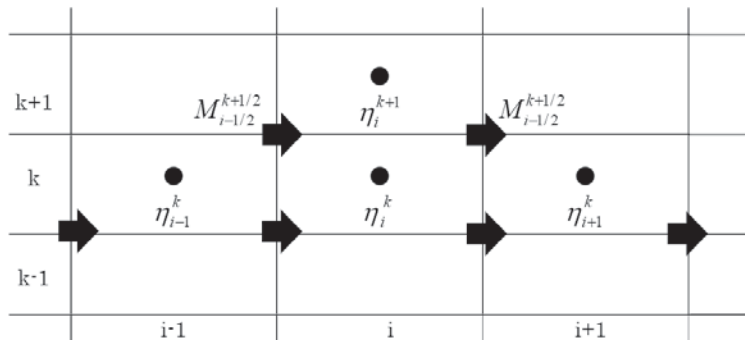


図 3 水位と流量フラックスの時空間格子配置 (スタガード・メッシュ)

2.2 CIPモデルの保存性確認

津波の非線形長波シミュレーションを行う場合、実務では、運動方程式に後藤の移流項（保存型）か田中の移流項（非保存型）のいずれかが用いられる。周期が長い場合、いずれの移流項を用いても有意な差を生じないと報告がある⁷⁾。ただし、河川を遡上する津波では、波高水深比が大きいまま長距離伝播するため詳細な検討を要すると考えた。そこで、CIP法により波高水深比の大きいダムブレイクを対象に、後藤の移流項（保存型）と田中の移流項（非保存型）の比較シミュレーションを行い、Stokerの理論解と比較した。

CIP法では、圧力急変点で解が不安定となる。本計算では、表3の人工粘性項を加えた。

表3 人工粘性項の導入

連続の式の差分式

$$\frac{1}{\Delta t} [\eta_i^{k+1} - \eta_i^k] + \frac{1}{\Delta x} [M_{i+1/2}^{k+1/2} - M_{i-1/2}^{k+1/2}] = 0 \quad eq.8$$

連続の式に下記の人工粘性を付与

$$\eta_i^{k+1} = 0.005 \times (\eta_{i+1}^k - 2.0\eta_i^k + \eta_{i-1}^k) \quad eq.9$$

0.005は人工粘性係数

数値シミュレーション結果を表4、図4に示す。図中、実線がStokerの解析解、○印が後藤の移流項（保存型）を用いた計算、△印は、田中のそれ（非保存型）である。水深波高比の大きい段波では、後藤の移流項（保存型）が解析解との一致の点で優れている。

表4 後藤の移流項（保存型）と田中の移流項（非保存型）の比較結果要旨

比較対象 数式	後藤の移流項	田中の移流項
	$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial M}{\partial t} + u \frac{\partial M}{\partial x} + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0$
保存性	保存型	非保存型
解析解 (Stoker's solution) との比較	波速度・水位とも、ほぼ一致	波速が遅れ、水位も解析解とずれる。

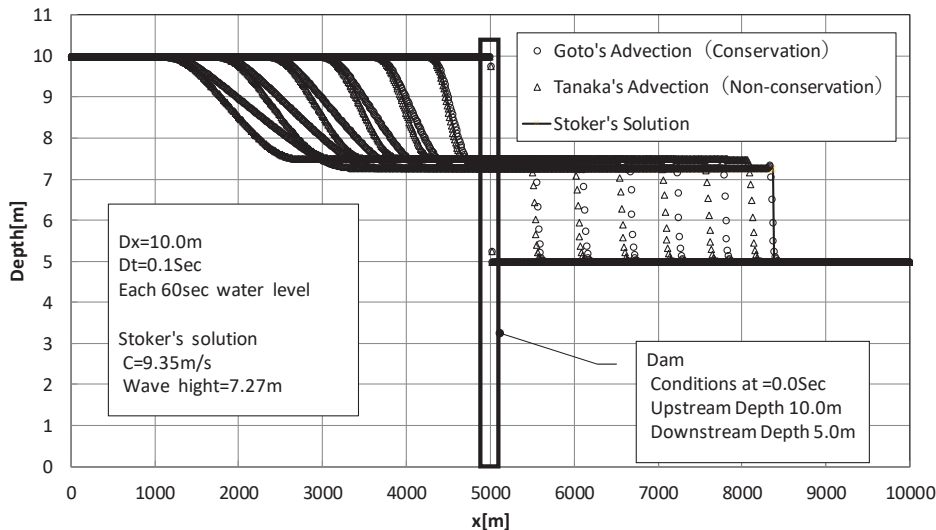


図4 段波シミュレーションにおける後藤の移流項と田中の移流項の比較

2.3 CIP モデルへの物理分散性導入

前記ダムブレイクシミュレーションでは、解を安定化させるため人工粘性項を加えた。人工粘性項を省いた計算結果を図 5 に示す。段波先端で振動が生じている。本計算の基礎方程式は非線形長波式であり、物理分散項は導入していないので、この振動は数値振動（ギブス振動）である。ところで、ダムブレイクシミュレーションに用いた非線形長波式に物

理分散項を加えたならば解はどのようなか。分散項には、後藤が誘導したアーセル数が大きい場合の非線形分散長波式の簡略式を用いた (Eq.4)。結果を図 6 に示す。物理分散項を加えると波長曲率の大きい成分波ほど波速が遅くなり、波先端の短周期成分が後退する。これにより、波先端はスムーズな波状となる。結果として、数値粘性を導入せずともソリトン波列状の安定な解を得ることができた。

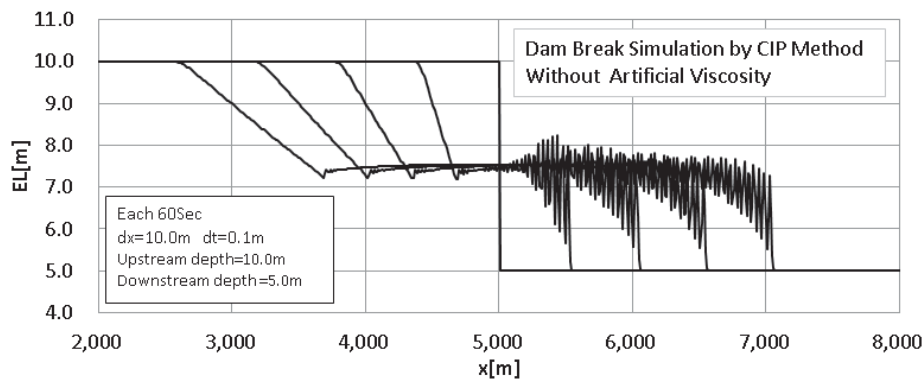


図 5 人工粘性項なし CIP 法段波シミュレーション（非線形長波式 保存型移流項）

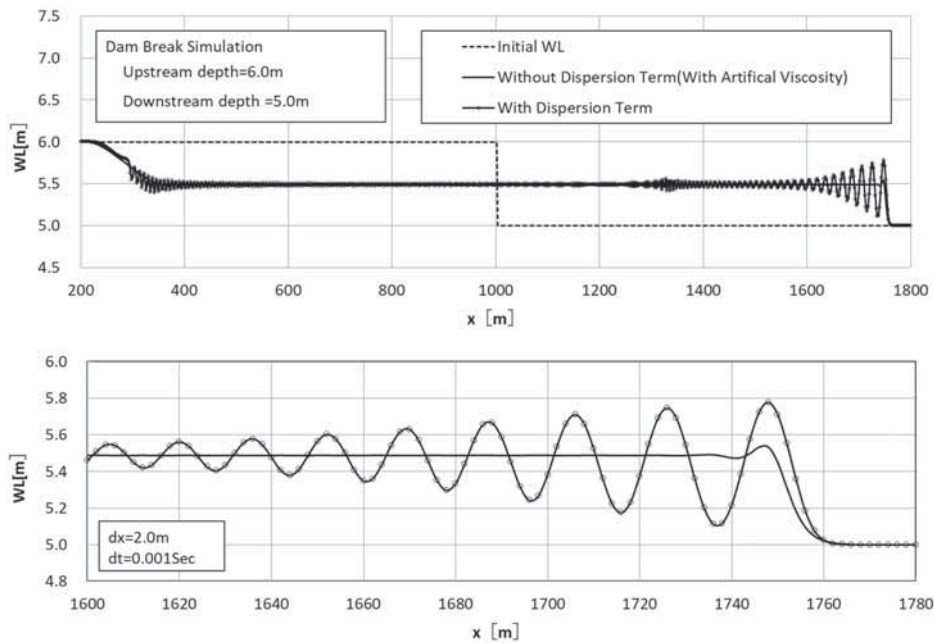


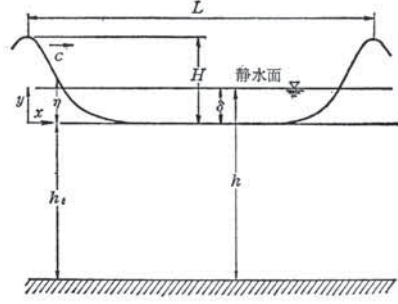
図 6 CIP 法による分散項あり (○線) と分散項なし (人工粘性導入: 実線) の比較

2.4 クノイド波解析解によるシミュレーション精度検証

さて、物理分散項を加えることでソリトン波列状の安定解が得られることはよいとして、そのシミュレーション解は、非線形分散波と

して正しい解だろうか。その検証のため、非線形分散長波の解析解であるクノイド波（一次精度）とシミュレーション結果を比較した。結果を図7に示す。両者は概ね一致した。

表5 一次精度クノイド波

一次精度クノイド波の式	座標系
$\eta = Hcn^2 \left\{ \sqrt{\frac{3H}{4k^2h^3}}(x-ct), k \right\} - \delta$ <p>k: 母数, cn: Jacobiの楕円関数のうちcn関数</p> $c = \sqrt{gh} \left[1 + \frac{H}{2hk^2}(2k^2 - 1) \right]$ <p>δ: 静水面と波底との鉛直距離</p> $\delta = \frac{H}{k^2} \left[\frac{E(k)}{K(k)} - (1 - k^2) \right]$ <p>$K(k), E(k)$: 第1種、第2種完全楕円積分</p> $ht = h - \delta$	

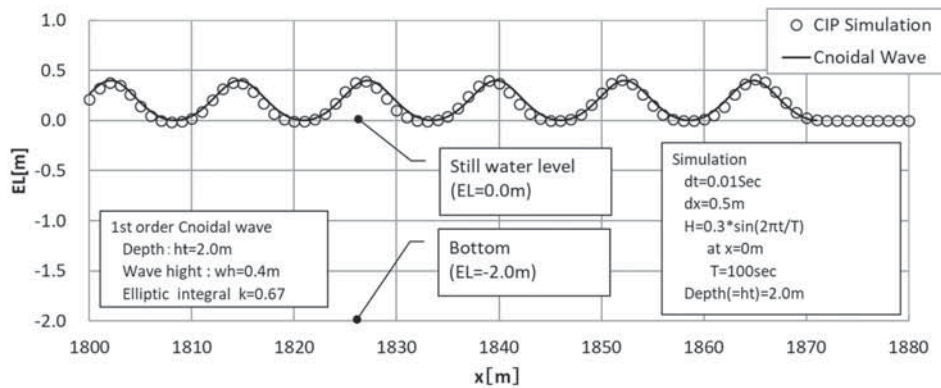
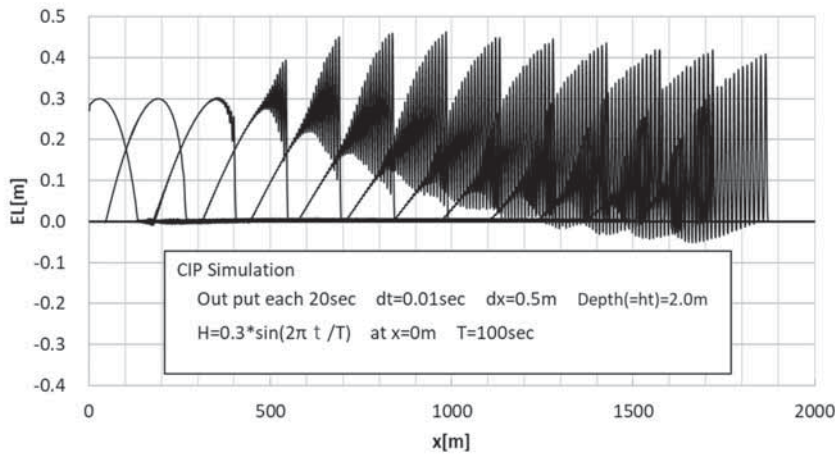


図7 CIP法によるソリトン波列シミュレーション (○) と解析解 (実線) の比較

3. 砂押川現地再調査

(1) 調査概要

現地調査は、砂押川で発生した津波ソリトン波列の波高・波長・発生水深を特定し、シミュレーションの境界条件を取得する目的で、2018年（H30年）5月4日 午前9時から11時にかけて、下記要員で実施した。

千田健一（調査主任）

千田聖（調査補助）

千田智香子（ロジスティクス）

調査位置図を図8に示す。

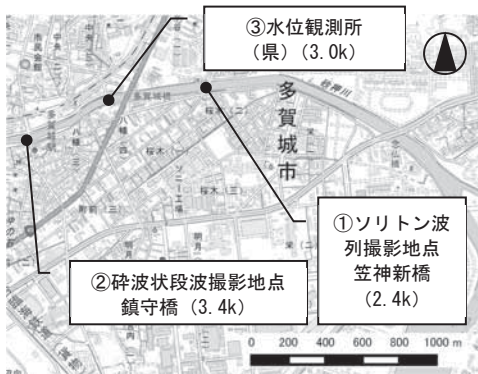


図8 調査位置図

(2) ソリトン波列の諸元特定

1) 波長根拠 笠神新橋 (2.4k 付近)

宮城県警察により撮影されインターネット上に公開された津波ソリトン波列の発生地点は、河口から2.4kの笠神新橋付近である。その画像に撮影されている樋門の操作台寸法は幅5.0m（図9）、同じく管理用通路の舗装幅は3m（図10）であった。これと画像上の波列の波頂の比較から、津波ソリトン波列の波長は約8mであることが分かった（図11）。



図9 笠神新橋下流右岸
樋門操作台の寸法計測(5m)



図10 笠神新橋 直上流左岸
管理用通路幅 3m

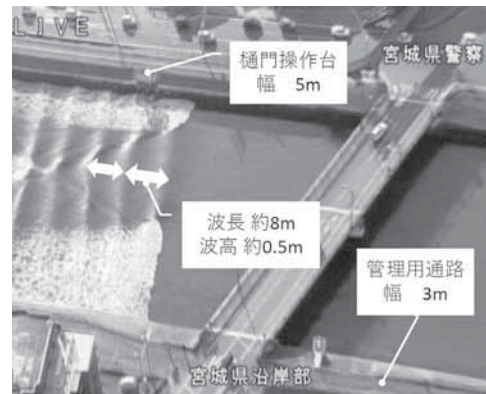


図11 地調査に基づく波長の設定(笠神新橋)

2) 波高根拠 鎮守橋付近 (3.4k 付近)

インターネット上に一般市民より投稿された津波ボアビデオ画像⁸⁾の撮影地点は、現地確認の結果、河口から3.4kの鎮守橋であり、前記の津波ソリトン波列が撮影された笠神新橋の1km上流にあたる。現地調査の結果、その画像中の護岸ブロック寸法は1.0m×1.0m、河川法勾配は1:2.0mであった(図12, 図13)。画像中の人の背丈、護岸ブロックサイズとの比較から、同地点の津波ボアの波高は、約0.5mであることがわかった(図14)。



図12 鎮守橋直下流 左岸護岸勾配 1:2.0



図13 ブロックサイズ確認 1.0m×1.0m

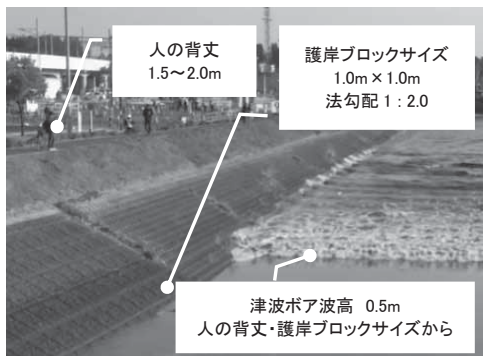


図14 鎮守橋 (3.4k) 直下の津波ボアの波高

4. 再現シミュレーション条件設定

水深は、ソリトン波列のビデオ撮影地点 笠神新橋上流多約600mの県管理水位観測所(図15)の河川横断面図より1.0mとした(図16; インターネット公開 平水時)。河床勾配は砂押川が河口に近いことからレベルとした。河道内初期流速は、ビデオの河川水面上の灰塵の移動速度は非常にゆっくりであることから、流速ゼロとした。初期波形は、周期T=100秒、波高H=0.25m正弦波を笠神新橋下流約600mから強制入力した。



図15 3.0k 右岸水位計

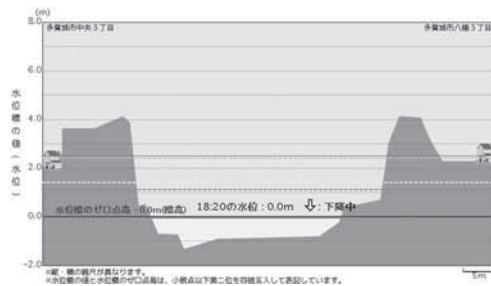


図16 水深設定根拠 多賀城市八幡3丁目

表6 再現シミュレーション条件

項目	諸元	備考
空間格子間隔	1.0m	—
時間格子間隔	0.01Sec	—
水深	1.0m	至近水位計より
河川流速	0.0m/Sec	ビデオより
粗度	無視	—
入力波形	正弦波	—
入力波 入力地点	笠神新橋下流 約600m	—

5. 砂押川の津波ソリトン波列シミュレーション

正弦波の強制入力地点からソリトン波列への遷移過程を図 18, シミュレーションとクノイド波解析解の比較を図 19 に示す。津波ビデオ画像解析と現地調査より, 笠神新橋付近のソリトン波列波長は約 8m, 波高は約 0.5m (鎮守橋のボア波高より) である。シミュレーション結果はそれとほぼ一致した (図 17, 図 8)。またシミュレーション空間波形とクノイド波解析解とも概ね一致した (図 19)。

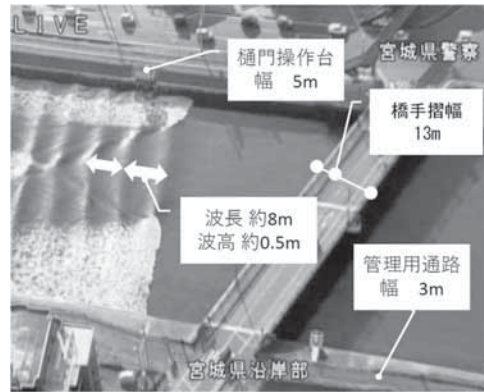


図 17 笠神新橋付近 ソリトン波列 波高波長 (本現地調査に基づく)

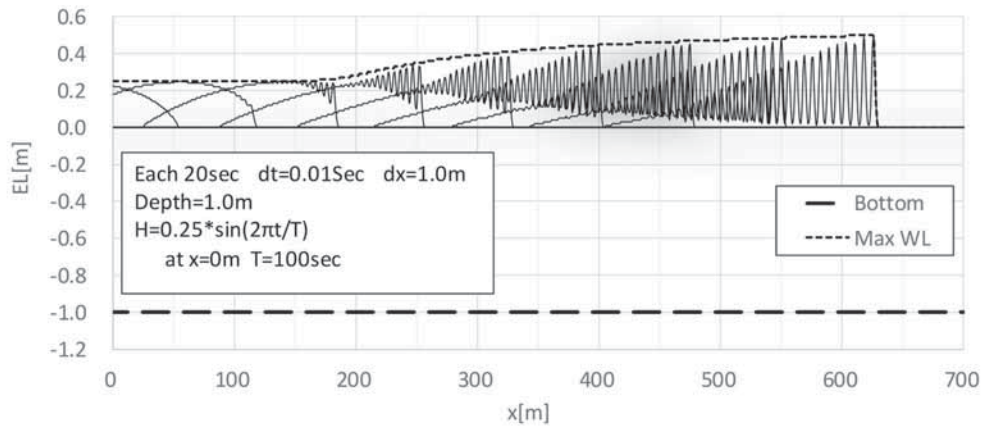


図 18 ソリトン波列発生方法(x = 0m で正弦波強制入力)

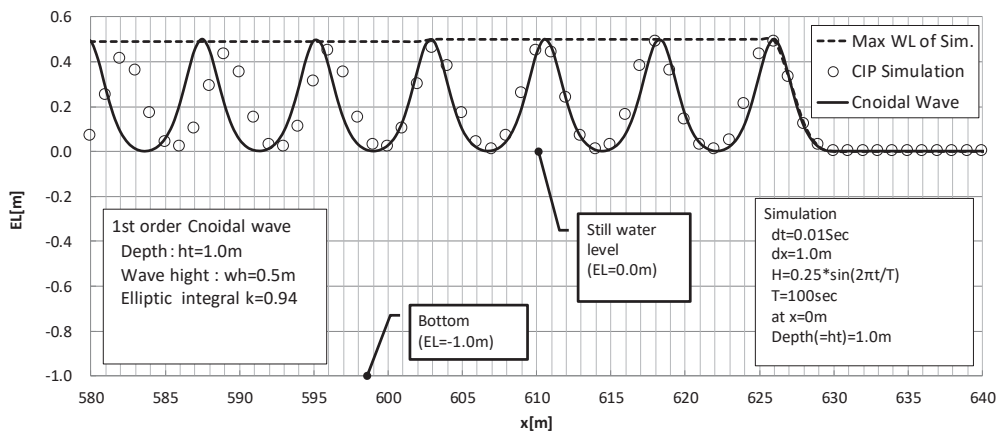


図 19 CIP 法によるソリトン波列シミュレーション (○) と解析解との比較

6. まとめ

本研究で得られた結果を以下に列記する。

① CIP法を用いた非線形分散長波モデル開発

CIP法を用い非線形分散長波シミュレーションモデルを開発した。運動の式には保存型移流方程式を用いた(本稿2.1)。

② CIP法の保存性確認

①の物理分散項を零とし、運動方程式を保存型とした場合と非保存型とした場合に関し、ダムブレイクシミュレーションを行って、Stokerの解と比較した。その結果、保存型運動方程式が精度上有利であった(本稿2.2)。

③物理分散項の導入

CIP法では、圧力急変点で数値不安定を生じるため、人工粘性項により解の安定を図る手法が多用される。CIP法を用いた非線形長波モデルに物理分散項を加えると、人工粘性項を用いなくともソリトン波列状の安定解が得られる(本稿2.3)。

④ CIP法による非線形分散長波モデルの精度

シミュレーションの空間波形を1次精度クノイド波の解析解と比較したところ精度は良好であった(本稿2.4)。

⑤ 砂押川で発生した津波ソリトン波列の波長・波高

ビデオ画像と現地調査から、2016年1月22日福島県沖地震にて砂押川で生じたソリトン波列の波長は約8m、波高は約0.5mと推定された(本稿3.)。

⑥ 砂押川の津波ソリトン波列シミュレーション

砂押川の津波ソリトン波列を①のモデルによりシミュレーションを実施した結果、⑤で得られた実際のソリトン波列が再現された。また、1次精度のクノイド波解析解と比較したところ、空間波型はほぼ一致した(本稿4., 5.)。

【謝辞】

東北水工会に参加した折, JAMSTEC 今井健太郎博士から、筆者が開発中のCIP法による非線形分散長波シミュレーションモデルに関し、保存性検討の必要性を示唆された。また、秋田大学 松富英夫教授からは、CIP法を用いた際、圧力急変点で生じる不安定・発散について検討の必要性を示唆された。本研究はそれらを踏まえた検討である。記して謝意を表します。なお、第138回東北水工会で口頭発表した際、複数の先生から有益な助言を受けた。今後の課題としたい。

【参考文献】

- 1) ソリトン波列ビデオ画像 https://www.youtube.com/watch?v=p8z_JTAdadI 宮城県警 Sankei News
- 2) 千田健一(2009): 一次元非線形分散波の方程式を用いたCIP法による河川を遡上する津波の数値計算, 平成20年度土木学会東北支部研究発表会/II-48 p.189-190 (CDR)
- 3) 千田健一(2017) CIP法による津波ソリトンの衝突シミュレーション 津波工学研究報告33号 P.39-44
- 4) 千田健一(2018) 2011津波にて岩手県久慈港に襲った津波ソリトン波列の現地再調査および再現シミュレーション 津波工学研究報告34号 P.43-51
- 5) 工藤哲洋(2009) CIP法入門 数値MHD入門セミナー(場所:野辺山太陽電波観測所) インターネット
- 6) 後藤智明(1984): アーセル数が大きい場合の非線形分散波の方程式, 土木学会論文集, PP193-201.
- 7) 原子力発電所の津波評価技術 2016 平成28年9月 土木学会 附属資料 4-5
- 8) 津波ボアのビデオ画像 <https://www.youtube.com/watch?v=svQWUXEK7vk> Akihiko Takahasi 氏