

## CIP 法による津波ソリトンの衝突シミュレーション

千田 健一\*・國枝 雄一\*・菊池 茂\*

### 1. 研究の背景・目的

津波ソリトンの分裂に関しては既に優れた先行研究が複数存在する<sup>3)~6)</sup>。一方、津波ソリトンの衝突に関する研究は少ない。写真 1<sup>1)</sup>は、2011 津波の貞山堀運河（岩沼市 午後 3 時 56 分）の状況である。写真上方からは、非碎波の津波ソリトン波列、下方からは、一部碎波したソリトン波列が進行し、今まさに衝突しようとしている。この写真からも、津波ソリトンに関しては、分裂のみならず衝突の研究も必要と考える。筆者は、非線形分散波理論に基づく CIP 法による津波ソリトンシミュレーションモデルを開発中<sup>2)</sup>である（以下 CIP 法と呼ぶ）。本研究は、CIP 法による津波ソリトン衝突シミュレーション結果を報告するものである。



写真 1 2011 東日本大震災津波 貞山堀運河

### 2. CIP 法を用いた津波ソリトンシミュレーションモデル<sup>2)</sup>

津波ソリトンシミュレーションの支配方程

式は、通常の津波シミュレーション業務で用いられる非線形長波理論では不十分であり、非線形分散波理論に拠らなければならない。筆者が提案した CIP 法を用いた津波ソリトンシミュレーションモデル<sup>2)</sup>を以下に示す。

#### (1) 基礎方程式

基礎方程式は、一次元非線形分散波方程式とする。分散項は、Peregrine 式とする。

①連続式

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad \dots (1)$$

②運動方程式

CIP 法を用いるため運動方程式は、非保存系となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial t} + U \frac{\partial M}{\partial x} + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ = \frac{h^2}{3} \frac{\partial M^3}{\partial t \partial x^2} - \left( \frac{gn^2}{D^{1/3}} \right) \frac{M|M|}{D^2} \quad \dots (2) \end{aligned}$$

$$D = \eta + h \quad \dots (3)$$

Time Splitting 法<sup>7)</sup>により、式 (1) (2) を移流項とそれ以外の項に分割すると、以下の式を得る。

$$\frac{\tilde{\eta} - \eta^n}{\Delta t} + \frac{\partial M^n}{\partial x} = 0 \quad \dots (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{M} - M^n}{\Delta t} + g\tilde{D} \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ = \frac{h^2}{3} \frac{\partial M^3}{\partial t \partial x^2} - \left( \frac{gn^2}{D^{1/3}} \right) \frac{M|M|}{D^2} \quad \dots (5) \end{aligned}$$

$$\frac{\eta^{n+1} - \tilde{\eta}}{\Delta t} + \tilde{U} \frac{\partial \tilde{D}}{\partial x} = 0 \quad \dots (6)$$

$$\frac{M^{n+1} - \tilde{M}}{\Delta t} + \tilde{U} \frac{\partial \tilde{M}}{\partial x} = 0 \quad \dots (7)$$

\*株式会社 防災技術コンサルタント

ここに、 $\eta$  は、波高、 $M$ 、 $U$  は、 $x$  方向の

線流量と流量,  $h$ ,  $D$ ,  $g$  は, 各々, 静水深, 全水深, 重力加速度, 式 (5) の  $n$  はマンニングの粗度係数, 水位・流量フラックスの上付きの  $n$  は時間ステップ番号である。

## (2) 計算スキーム

計算スキームの概要を以下に記す。

- ①式 (4) (5) Leap-Frog 法, 式 (6) (7) を CIP 法で定式化し, これを交互に解くことにより水位・流速の時間発展方程式を解く。
- ②変数の配置 :Staggered 格子
- ③分散項 :時空間方向に 2 次の中央差分近似。

## 3. 既往研究と CIP 法の比較検討結果

岩瀬・見上・後藤らの実験・数値シミュレーション<sup>5)</sup>と CIP 法の比較を行った。本検討では, 既往検討<sup>5)</sup>と同様に, 摩擦項を無視している。既往の実験, および数値シミュレーションに対し, 再現性は良好である (図 2, 図 3)。特に, 既往研究では実験と整合する精度を確保するため, 空間格子間隔を 0.04m と細かく設定しているが, CIP 法では格子間隔を 0.25m と, 既往研究に比べ 5 倍以上広くしても十分な精度が確保されている点に注目されたい。なお, 空間格子間隔をさらに広げた場合 ( $\Delta x=0.50\text{m}$ ) 波形が平滑化し, 波高減衰を生じた (図 4)。また, 空間格子間隔が狭い場合 ( $\Delta x=0.10\text{m}$ ), 数値分散性が強まり再現性が低下した (図 5)。

## 4. 津波ソリトン衝突シミュレーション

津波ソリトンは衝突すると奇妙な現象を生じる。本稿では, 首藤がまとめたソリトン衝突の研究<sup>8)</sup>を引用しながら, 初めに, CIP 法により 2 つの大きさの異なる津波ソリトンの追突シミュレーションを行い理論との整合を示す。次に当モデルを複数津波ソリトン正面衝突問題に適用する。

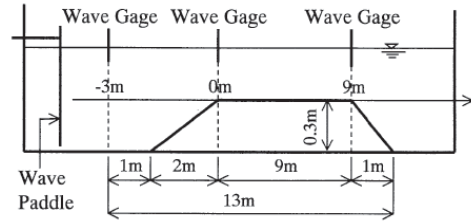


図 1 既往研究の水理実験<sup>5)</sup>

### (1) 大きさの異なる 2 つのソリトンの追突・追い越しシミュレーション

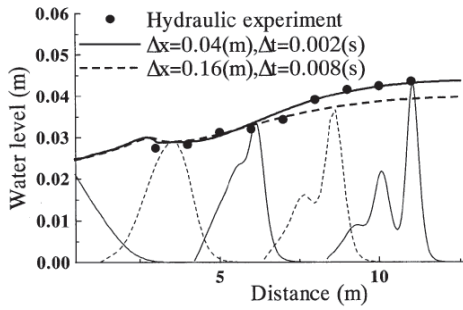
以下 CIP 法の境界条件は, 水深 = 10m, 時間格子間隔  $\Delta t = 0.01$  秒とする。また, 入力波形は, 1 次精度の孤立波とする。

1) 追いついたソリトンの波高が他にくらべ非常に大きい場合

図 6 に波高 1m のソリトンを, 波高 5m のソリトンが追いかける場合の CIP 法のシミュレーション結果を示す。時間は, 後続の大きなソリトンが  $X=40\text{m}$  を通過する時刻を,  $T=0\text{Sec}$  と定義した。追いついたソリトンの波高が他にくらべ非常に大きいと, ソリトンは小さい方を呑みこみ ( $T=40\text{Sec}$ ), やがてうしろに吐きだしていく ( $T=80\text{Sec}$ )。しばらく離れると, ソリトンの形状は衝突以前のものに戻る ( $T=100\text{Sec}$ )。このように, 非線形でありながら, 衝突前後の波形は不変であるという面白い性質を持つ。波形それ自身は非線形の影響のもとに決まっている (自己干渉) が, 衝突による両者間の干渉は, しばらく離れると全く見られない (首藤<sup>8)</sup>)。以上, CIP 法のシミュレーション結果は, 上記理論と一致した。

2) おいついたソリトンの波高が小さいソリトンと同じオーダーの場合

図 7 に波高 2m のソリトンを, 波高 5m のソリトンが追いかける場合の計算結果を示す。 $T=20\text{Sec}$  で, 大きなソリトンが小さなソリトンに追いつく。すると, ふたつの波は, 重なることはないまま, 後続の大きなソリトンの波高は減少し ( $T=40\text{Sec}$ ), 前進の小さなソリトンの波高は増幅する ( $T=60\text{Sec}$ )。そして, ふたつのソリトンの大小\_速度が入れ替



(e) 2段階混合差分法

図2 既往研究

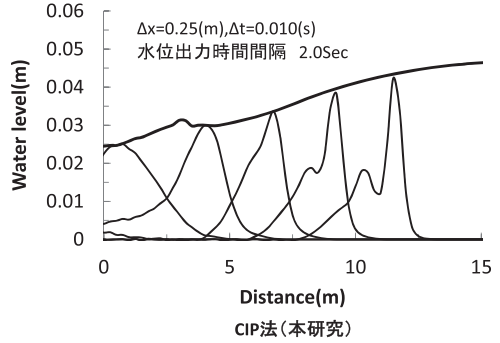


図3 本研究

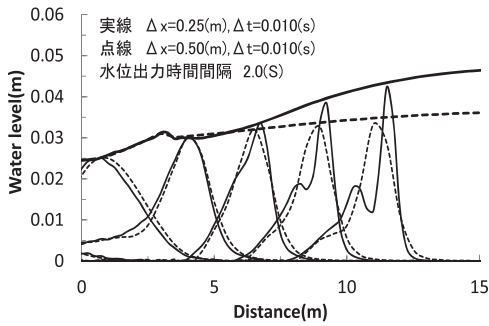


図4 空間格子間隔 0.25m と同 0.50m の比較  
波形平滑化 (本研究)

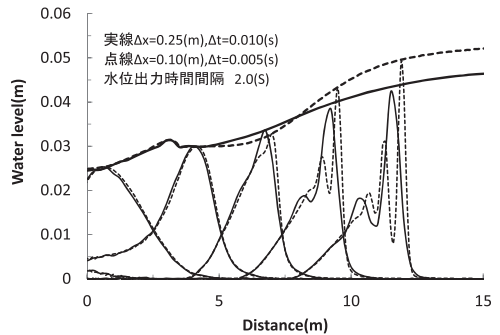


図5 空間格子間隔 0.25m と同 0.10m の比較  
数値分散性誤差 (本研究)

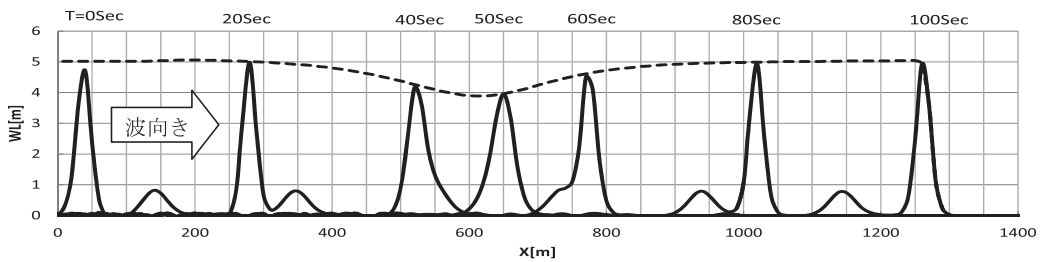


図6 追いついたソリトンの波高が他にくらべ非常に大きい場合のシミュレーション結果  
(水深 10m 一定 空間格子間隔 10m 孤立波波高 5m および 1m)

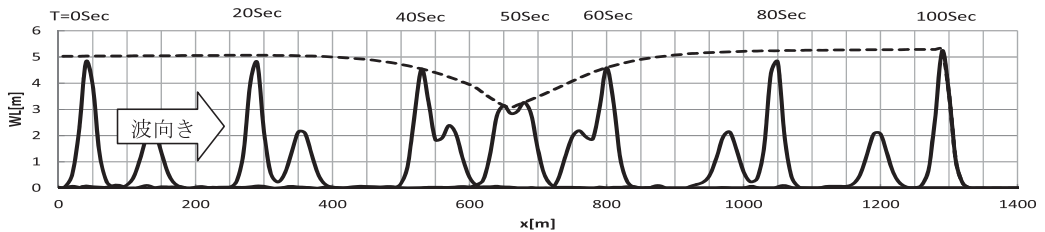


図7 おいついたソリトンの波高が小さいソリトンと同じオーダーの場合のシミュレーション結果

わり、離れていく ( $T=80 \sim 100\text{Sec}$ )。この現象は速度の異なる 2 個の球の弾性衝突、すなわち後から追いついた球が衝突により前の球に運動量変化を生ぜしめる現象と似ている (首藤<sup>8)</sup>)。以上、CIP 法により上記理論と整合するシミュレーション結果を得ることに成功した。

## (2) 複数津波ソリトン波列の正面衝突シミュレーション

ソリトンの個数が 2 個以上となると解析的に解を得ることはほとんど不可能である (首藤<sup>8)</sup>)。したがって、複数ソリトンの衝突の再現は、数値シミュレーションに拠らなければならない。本研究では初めに孤立波を数値水路で複数ソリトン波列に分裂させ、それを正面衝突させることとする。

### 1) ソリトン波列の造波<sup>2)</sup>

津波ソリトン分裂の数値計算に関しては、後藤<sup>9)</sup>の研究が著名である。同研究の数値計算水路形状は、図 2 に示すように、水平床と  $1/20$  の一様勾配を組み合わせたものであ

る。入射波条件は、 $x/h_1=10$  の位置に波峰を持つ波高水深比 0.12 の孤立波である。ここに、 $x$  は水平方向距離、 $h_1$  は孤立波の波高である。図中○印は Street et al. の水理実験結果である。当モデルのシミュレーション結果は、既往水理実験・シミュレーションとほぼ一致した。

### 2) ソリトン波列正面衝突シミュレーション

図 10-11 に、CIP 法により複数津波ソリトンの正面衝突シミュレーション結果を示す。第 1 波が衝突した際、波高は約 2 倍となり、その後、衝突する前の波形に戻りすれ違っていく状況がシミュレーションされている。このことから、CIP 法は複数津波ソリトン波列の衝突も発散・数値振動等生じることなくシミュレーション可能であることがわかる。

## 5. 結論

① CIP 法によるソリトン分裂シミュレーションと既往研究との比較を行った。CIP 法は、空間格子間隔を適切に設定することにより、既往シミュレーションモデルと同等の精度を

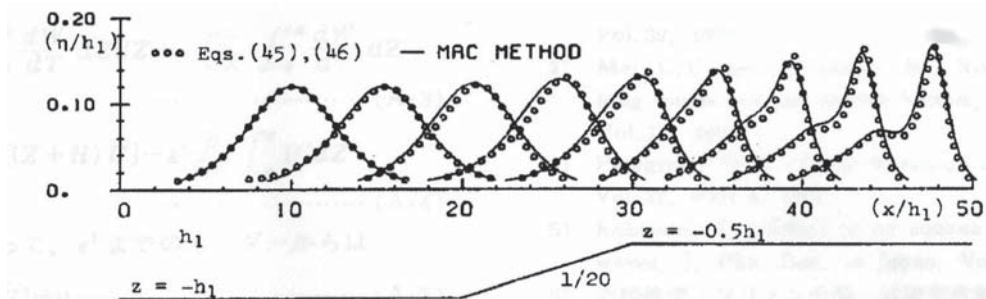


Fig. 4 Comparison of numerical results for a deformation of solitary wave propagating over a slope onto a shelf of smaller depth.

図 8 孤立波のソリトン分裂に関する既往研究<sup>9)</sup> (Mac 法)

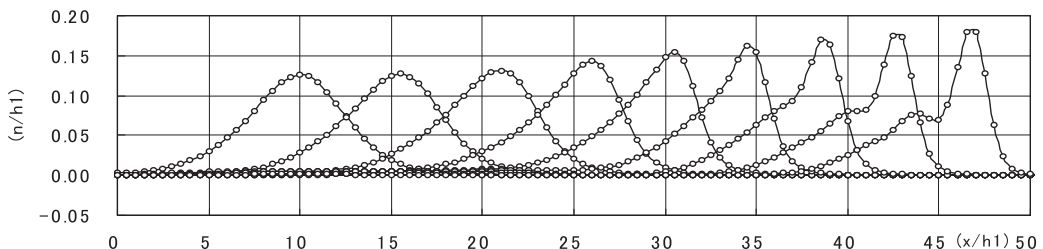


図 9 CIP 法による孤立波のソリトン分裂シミュレーション<sup>2)</sup>

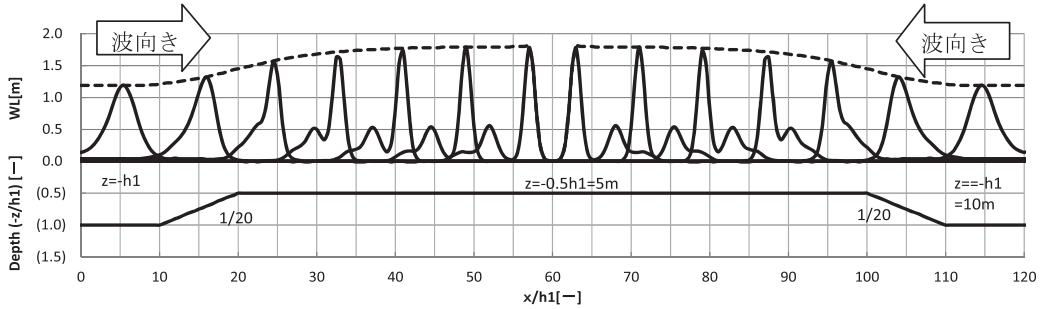


図 10 津波ソリトンの分裂から衝突直前

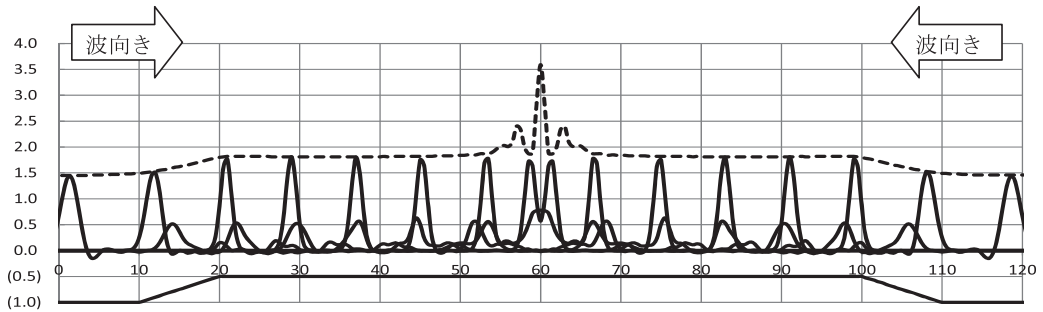


図 11 津波ソリトンの衝突・分離後

確保できる (図 2 & 図 3)。

- ② CIP 法の精度は、空間格子間隔に依存している。格子間隔が広すぎると数値逸散誤差が大きくなり、実験に対し水位が減衰する (図 4)。格子間隔が狭すぎると数値分散誤算により、実験に対し水位が過大に増幅する (図 5)。
- ③ CIP 法により、大きさの異なる 2 つの津波ソリトンの追突シミュレーションに成功した (図 6 & 図 7)。
- ④ CIP 法により、複数津波ソリトン波列の正面衝突シミュレーションに成功した (図 10 & 図 11)。

#### 【謝辞】

本稿は、筆者の所属企業における平成 27 年度 研究計画『新しい津波ソリトンシミュレーションモデルの開発』の研究成果の一部である。記して深甚なる謝意を表す。

#### 【参考文献】

- 1) 毎日新聞社 明治・昭和・平成 巨大津波の記録 P36
- 2) 千田健一 (2009) : 一次元非線形分散波の方程式を用いた CIP 法による河川を遡上する津波の数値計算, 平成 20 年度土木学会東北支部研究発表会/II-48 p.189-190 (CDR)
- 3) 村嶋陽一・越村俊一・岡秀行・村田泰洋・今村文彦 (2010) : 非線形分散波理論に基づく実用的な津波の河川遡上モデルの開発, 土木学会論文集 B2 (海岸工学) Vol.66, No.1, pp. 01-205
- 4) 嶋原良典・藤間功司 (2007) : 津波数値計算における分散波理論モデルの適用性と新しい数値計算法の提案, 土木学会論文集, vol.63, No.1, pp.51-66.
- 5) 岩瀬浩之・見上敏文・後藤智明 (1998) : 非線形分散波理論を用いた実用的な津波計算モデル, 土木学会論文集, No.600/II-44, pp.119-124.
- 6) 佐藤慎司 (1995) : 波の分裂と碎波を考慮

- した津波の数値計算, 海岸工学論文集, 第 42 巻, pp.376-380
- 7) 石川忠晴・工藤健太郎・中村恭志・荻籠泰彦 (2003) : CIP 法と FEM の組み合わせによる遡上波の新計算法に関する基礎的検討, 海岸工学論文集, 第 50 巻, PP.136-140
- 8) 首藤伸夫 (1974) : 非線形波動論, 1974 年度 水工学に関する夏期研修会講義集 B コース B.1.1-B.1.35
- 9) 後藤智明 (1984) : アーセル数が大きい場合の非線形分散波の方程式 土木学会論文集 第 351 号 /II-2, PP193-210