

# 非線形分散波計算と大型水槽実験の比較検討

富澤 大\*・今村 文彦\*\*・首藤 伸夫\*\*

## 1. はじめに

津波の挙動を扱うには、深海域では線形長波理論が、浅海域では浅水理論が支配方程式として用いられることが多い。しかし、1983年5月26日東北日本海沿岸一帯に猛威をふるった日本海中部地震津波は、北秋田県沿岸で波状段波として押し寄せたことが確認され、従来の浅水理論を用いた数値計算では、波高に関して20%以上の過小評価になると言われる〔後藤 (1984)〕。現在、ソリトン分裂などの現象を表現できる長波理論としては、Ur数 $\sim 0(1)$ に対応するPeregrineの式、KdVの式、Boussinesqの式、またUr数 $\gg 0(1)$ の時の後藤の式、などがある。出来るだけ高精度の支配方程式を用いればよいのであるが、実際問題を扱う場合には、計算機能力や容量の制限も考慮に入れなければならない。

そこで、本研究ではUr数 $\sim 0(1)$ の非線形分散波理論の1つであるBoussinesqの式を用いた数値計算を実施し、過去行われた実験値や高精度な理論・数値計算結果と比較することにより、その有効性を検討する。非線形分散波に関する検討は一次元伝播問題を扱ったものが多かったが、ここでは二次元問題への拡張も試み、実用的な非線形分散波計算モデルを開発することを目的とする。

さらに東北大学津波実験所の大型水槽を使用し、この実験データと本研究で提案する数値計算法とを詳細に比較することにより、その精度および問題点について検討していく。

\*東北大学大学院工学研究科

\*\*東北大学工学部土木工学科

## 2. 数値計算モデルとその基礎検討

### 2.1 支配方程式と計算法

今回の非線形分裂波を扱う支配方程式は二次元伝播問題でのBoussinesqの式である。この式を(2.1)から(2.3)式に示す。非線形分散波理論の特徴は、重力に比べて鉛直方向の加速度を無視しない事にある。その結果、例えば静水圧からの補正を行っていることになる。その圧力の補正項は、下記の運動の式((2.2), (2.3)式)中の右辺第1項と第2項で表され、Boussinesqの式は非線形分散波理論の中で1次のオーダーの分散効果を含むものであり、比較的扱う項が少ない。さらに、ここでは簡便のため分散項中の斜面効果を除いている。その理由は、長尾ら(1985)の研究によると、斜面に於いても分散項中の水深の効果は微小であり、水深一定としても、その誤差は数パーセント以内であることによる。右辺最後の項は海底摩擦力であり、等流近似の仮定からManningの粗度係数 $n$ を用いて表わす。

連続の式

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

運動の式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{MM}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{MN}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = \\ \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 M}{\partial t \partial x^2} + \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 N}{\partial t \partial x \partial y} - \frac{gn^2 M \sqrt{M^2 N^2}}{D^{7/3}} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{NM}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{NN}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 N}{\partial t \partial y^2} + \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 M}{\partial t \partial x \partial y} - \frac{gn^2 N \sqrt{M^2 N^2}}{D^{7/4}} \quad (2.3)$$

ここでの記号は次のように定義する。

- x, y : 水平座標      t : 時間座標
- η : 静水面からの水位変動量
- M : x 方向線流量  
(M = Du, u : x 方向流速)
- N : y 方向線流量  
(N = Dv, v : y 方向流速)
- h : 静水深    D : 全水深 (D = h + η)
- n : Manning の粗度係数
- g : 重力加速度

## 2.2 支配方程式の差分化

ここでは連続の式、運動の式の差分化を行う。差分方法としては、連続の式には Leap-frog 法による陽解法を、運動の式には Crank-Nicholson 法による陰解法を用いる。Boussinesq の式は、線形長波理論や浅水理論と異なり、陽解法では解くことができない。なぜなら、運動の式中に存在する分散項に時間微分があり、1 つの方程式に未知数が二つ以上含まれるからである。

線流量及び水位の計算点の配置は 1/2 メッシュづつずらせた Staggered Type を採用し、図-2.1 にはその水位、流量の配置を示す。これらの差分式では一つの方程式にいくつもの未知数が含まれているが、方程式と未知数の数は一致しており、連立方程式として解けばよい。一般に連立方程式を解く方法としては、係数行列が小型の密行列に適した Gauss 消去法系統の直接解法と、大型疎行列に適する反復法とがある。後者は未知数の個数が多いが各式にはごく少数の未知数しか含まれていない、つまり係数の大部分がゼロ成分になっている場合に非常に精度がよく、ま

た演算速度に関しても有利である。ここでは一つの方程式に三つ程度の未知数が含まれ、二次元では扱う未知数の数の多くなることが予想されることから反復法を用いる。中でも収束が早い SOR 法により数値計算を行うことにする。

## 2.3 一次元伝播問題での精度の検討

### (1) 計算条件

従来の実験例との比較を行うためには、海底地形と境界での時間波形はそれらと同一のものを使用する必要がある。ここでは、Street ら (1968) が行った実験結果を対象とした。すなわち、海底地形は図-2.2 に示すように、領域左端より水深 7.6cm (3 in.) の水平床、途中には 1/20 勾配の斜面があり、斜面を上り終えると水深が 3.8cm (1.5 in.) の水平床になる。初期波形は Madsen & Mei (1969) の論文の中から読み取った。また、実験値との比較をするために、計算に取り入れなければならないのは海底摩擦の効果である。Madsen & Mei (1969) の論文にも、波形に関する誤差の最大原因は摩擦によるものであるとされている。そこで、今回の計算には、この摩擦項を考慮し Manning による相当粗度を用い、その係数は  $n = 0.02$  と仮定している。長方形水路の計算領域のサイズは、伝播方向に 150 メッシュ、幅方向に 6 メッシュであり、空間格子間隔は  $\Delta x = \Delta y = 4$  cm の正方向格子とした。計算の時間ステップは  $\Delta t = 0.02$  秒である。境界条件としては、入射側で読み取った時間波形を強制入力し伝播方向側では自由透過を、両側の壁面では完全反射の条件を与えた。初期条件は、領域全体にわたり波動なしの静水位状態である。

### (2) 実験値との比較検討

図-2.3 は計算による空間波形を示したものである。図中の縦軸は波高水深比を、横軸には空間格子数を選んでいる。左端から右に向かって進行して行く孤立波は、1/20 勾配の斜面を通過した後、波高を増幅しているこ

とが分かる。それと共に波形の前傾化も生じ、進行する孤立波の後方には、主峰から分裂したとみられる高波数成分（分裂波）の生じていることが確認できる。

図-2.4 は図-2.3 中の a, b, c, d 各地点に於いての時間波形を、Streetら (1968) による実験結果と今回の一次元伝播計算結果を重ねて描いたものである。図の縦軸は波高水深比、横軸は時間軸である。a 点は計算水路の始点、b 点は斜面を上った直後、c, d 点はその後水平床上を伝播した地点である。斜面を通過してから波高増幅が生じ、主峰後方には分裂波の発生する様子は実験と一致する。しかし、c, d 点に於ける計算波形は実験値と差が生じ始め、特に d 点での差は顕著になる。実験値に対して計算による主峰は大きく、その後方での分裂波は若干小さいようである。これは、計算での分散項や摩擦の評価が過小であったことが考えられる。

このような若干の差はあるものの、本計算結果は、図-2.5 および図-2.6 に示す藤間ら (1986) による MAC 法を用いた高精度計算や後藤 (1984) による高近似の方程式の結果とも大きな違いはない。したがって、ここでは 1 次近似の分散波理論と比較的粗い格子間隔を採用したが、ほぼ所要の精度を満足しているものと考えられる。

## 2.4 二次元伝播問題への拡張

### (1) 計算条件

計算領域は、一次元問題と伝播方向には同じであるが、幅方向を 6 倍に拡げている。空間格子間隔は、同様に  $\Delta x = \Delta y = 4.0\text{cm}$  の正方格子、時間格子間隔は  $\Delta t = 0.02\text{秒}$  である。図-2.7 中の矢印の方向に進む孤立波の第一次近似の理論値を左端境界に入力値として与える。1 波長は  $92.96\text{cm}$  であり、格子間隔は  $4\text{cm}$  を採用しているため、1 波長を約 23 分割することになる。幾分、分割が粗いが、ここでは分裂の初期段階を扱うこと、また計算の安定性を調べる事が主な目的であること

から、この条件でも十分な精度は得られるものとする。ただし、分裂が進む場合には、格子間隔をさらに細かくする必要がある。海底地形は、図-2.7 に示すように、斜めに傾いた半円柱状の形状を有しており、この勾配は  $1/20$  である。斜面の手前の水深は  $7.6\text{cm}$  ( $3\text{in.}$ )、斜面を上ってから  $3.8\text{cm}$  ( $1.5\text{in.}$ ) としている。

### (2) 数値計算の問題点

斜面の開始点に津波が到達するまで、数値計算は一次元伝播問題と同様に安定して行われたが、それ以降では不安定な結果になった。この原因は、伝播方向とは直な方向 (y 方向) の運動の式にある分散項が過大になることによる。y 方向の運動の式は (2.3) 式で表され、右辺に 2 つある分散項中、 $h^2/3 (\partial^3 M / \partial t \partial x \partial y)$  が不安定になる原因である。斜面開始点までは、x 方向への一次元伝播となり線流量  $M$  が卓越するため、幅方向の線流量である  $N$  は殆ど無い。この時は、幅方向に  $M$  はほぼ一定である。次に、斜面が始まると、水深の変化により  $M$  が幅方向に変化し始め、 $h^2/3 (\partial^3 M / \partial t \partial x \partial y)$  がかなり大きな値を持つ。これに対し、 $N$  はいまだに  $M$  に対して非常に小さい値を持つため、y 方向の運動の式で  $h^2/3 (\partial^3 M / \partial t \partial x \partial y)$  だけが過大になり、不安定な結果が生じているようである。理論的には幅方向の運動量成分は全てに小さく、しかも、その中の分散項はそれほど大きくないはずである。

本研究で用いた条件下で、(2.1) - (2.3) 式の計算の安定性はほぼ満足している。 $h^2/3 (\partial^3 M / \partial t \partial x \partial y)$  が過大評価された理由としては、地形変化に対し格子間隔が粗いため、急激な変化が生じたこと、また、従来から  $Ur$  数  $\sim 0(1)$  の系統の式を用いた数値計算では分散項が強く、ソリトン分裂が早く起こり易いとの指摘があるように、分散項の計算法自体に分散項を過大にする問題があること [藤間ら (1986)], などが挙げら

れる。この問題に対しては、さらに検討が必要である。

### (3) 幅方向の分散性を抑えた数値計算

ここでは、不安定の原因であった  $h^2/3$  ( $\partial^3 M / \partial t \partial x \partial y$ ) が急激な増加傾向を見せたとき、これを抑えて計算を進める方法について検討する。先に述べたように、この項は理論的には小さいはずであるため、この項が計算結果に大きく影響する可能性は小さいと考える。ただし、この影響は、具体的にどの程度なのかを評価しておく必要がある。

図-2.8 (a~h) は計算開始から0.8秒毎の結果の一例である。 $h^2/3$  ( $\partial^3 M / \partial t \partial x \partial y$ ) がある値以上(局所項と同じ程度)になったとき、この項を除いて計算を行う。図中の目盛りは伝播方向、それと直角方向の空間格子数である。手前より入射された孤立波は、主峰後方が分裂しながら、時間と共に中央部へ集中して行くことがわかる。孤立波の中央で両端よりも早く波高の増幅がみられるのは、斜面が早く始まった海底地形の影響である。このように幅方向の分散項  $h^2/3$  ( $\partial^3 M / \partial t \partial x \partial y$ ) を抑えることにより、安定した結果を得ることができる。この結果の精度については4.の大型実験との比較により検討する。

## 3. 大型水槽における水理実験

### 3.1 実験装置及び実験方法

水理実験に用いた水槽は図-3.1 に示すように、伝播方向に54m、幅方向には14.5mの長方形水路である。また、海底地形は、伝播方向に向かって始めは水深50cmの水平床、伝播距離23.5mの地点には1/10勾配の斜面があり、それから水深30cmの水平床となっている。さらに、水深30cmの水平床の一部には1/10勾配の斜面があり、これは屈折現象を扱うために設置したものである。

図-3.1の左端には、造波装置として鋼板製圧力水槽が組み込まれている。この圧力水

槽への水の出入りによって実験水槽内に波を送りこむ。図-3.2 にこの造波装置の概略を示す。始めは中立状態としてもうひとつの水槽(低水槽)からポンプで圧力水槽に水を組み上げ、それと同時に帰還管を通して水は再び低水槽に戻る。この時、帰還する水量とポンプによる送流量は等しい。ある瞬間にバルブ(ロートバルブと言う)を閉めると、低水槽へ帰還できる水量が少なくなり、残りの水は実験水槽内に流入し波の山ができる。波の谷をつくるときは反対に帰還する水量を増加するようにしてやれば良い、実際のロートバルブ開閉のため、データレコーダから正弦波を制御盤に入力信号として送る。これにより滑らかな造波が可能となる。本実験では波の周期を10秒とし、引きから始まる1周期波を造波させる。

実験の手順としては、まず、水位が低い状態で、抵抗線式波高計のキャリブレーションを実施し、その後、実験水槽に水を入れ始める。水位が実験水位に達するまでに2~3時間を要した。波を起こした後、TEAC 9816でAD変換したデータをその都度PC 9801に送るのであるが、10チャンネル全てを完了するには最低40~50分かかる。その後、もとの水位に落ち着いたら次の造波を行なう。1波と1波の間隔は1時間程度であり、1日の実験で実施できる波は6~7波である。

波高の測定には抵抗線式波高計を10台用いた。そのうちの一台は時間調整のため常に同じ測定点に設置した。波高計からの信号はブリッジ回路およびストレインメータを介し、データレコーダで増幅された後にTEAC 9816によりサンプリング間隔40Hz、サンプリング時間60秒で採取する。データはTEAC 9816からPC 9801 VXに転送し、5インチのフロッピーディスクに保存した後、解析のため東北大学の大型計算機へ転送した。

今回の数値計算では実験から造波機付近で得られた波形を境界値として使用することになる。その境界データは造波端より約9mの

地点で伝播と直角方向に50cm毎測定した。以下、波の伝播方向にx軸、それと直角方向にy軸を設定し、座標原点は水路右側壁上でこの造波端より伝播方向へ9m離れた点とする。抵抗線式波高計は、水の温度によりキャリブレーション値はかなり異なることが確かめられており、その誤差は、昼と夜で10%になる。実験は開始から終了まで長時間に渡るのに、水温の変化が激しい日中は避けて水温の変化の少ない夜間に実験をおこなう必要があった。

### 3.2 実験結果

図-3.5 (a~b)は実験による時間波形である。縦軸は水位(単位:cm)横軸は時間軸(単位:sec)である。時間波形を測定した地点は、 $y=13.0\text{m}$ 上に於て伝播方向に2m間隔で配置されている。引き波から始まる一山一谷の時間波形は、伝播当初は周期約10秒の正弦波に近い。伝播するに伴い主峰の波形勾配が大きくなり、その後方に分裂波が生じ始める。この分裂波は伝播距離に於いて9.5mの地点で発生の前兆が見え、それ以降次第に発達し、伝播距離21.5mでは完全に主峰より分離しているのがわかる。さらに、 $x=23.5\text{m}$ と $25.5\text{m}$ の間には $1/10$ の一樣勾配斜面があり、その通過後には主峰および分裂波の波高を増加させる。 $x=35.5\text{m}$ では、引き続いて2つ目の分裂波が生じている。

図-3.6は波高水深比である。図中の横軸には伝播距離(単位:m)を選んである。 $x=23.5\text{m}$ までの水深50cm水平床では、波高水深比はほとんど変化することがなく、若干の増加傾向を呈しているのみである。ところが、斜面を過ぎて水深が30cmになると、波高水深比は急激に増大している。水深波高比が0.14から0.15に増える地点( $x=35.5\text{m}$ )から、2つ目の分裂波が生じ始める。

図-3.7は前面波形勾配である。ここで前面波形勾配は図-3.4に定義するように、最初の谷と山の高低差を両者間の水平距離で除したものである。言うなれば、第一の山の前

面の水面勾配に対応する量である。波高水深比のときと同様に、 $1/10$ 斜面を通りすぎたから前面波形勾配は急激に増大している。この要因としては波高が増加していることに加えて、水深が浅くなることにより波長が短くなっている点も見逃せない。2波目の分裂波の発生は前面波形勾配が0.04を越えた付近である。

図-3.8は水深波長比を示し、ほぼ0.02前後の値をとる。Boussinesqの式を導くには摂動法によったが、この摂動法では方程式が収束するとの仮定の下に摂動パラメータとして微量量を選ぶ手法である。よって、摂動パラメータとしては大きくならない(発散しない)ものを選ばなければならない。この図を見ると、水深波長比は多少の変動はあるものの0.02程度の値を取ることから、今回の実験波に対する摂動パラメータとして水深波長比を使用した方程式系が適用可能であることを示している。

波高測定は $y=3.5\text{m}$ ラインでも行われており、参考のため図-3.9(a~b)に時間波形を、図-3.10, 3.11, 3.12には波高水深比、波形勾配、水深波長比をそれぞれ示す。

## 4. 大型実験結果と数値計算結果との比較

### 4.1 計算条件

計算領域は実験水槽と同様に伝播方向(x方向)に45.5m、それと直角方向(y方向)に14.5mの部分とした。図-4.1に数値計算に用いた海底地形を示す。海底地形はx方向23.5mまでは水深50cmの水平床、23.5mから25.5mまでは $1/10$ 勾配の斜面、さらに25.5mから45.5mまでは水深30cmの水平床の一部に遡上領域として $1/10$ 勾配の斜面を取り付けてある。しかし、今回の数値計算ではこの遡上域は考慮していない。この場所では水深が20cmより浅いものを水深を20cmとしている。そこで、遡上域での影響による反射波が生じ

る前に計算は終了させ、実験の測定時間は50秒であるが、計算の再現時間は30秒とした。ここでの空間格子間隔は $\Delta x = \Delta y = 25\text{cm}$ および $\Delta x = \Delta y = 50\text{cm}$ の正方格子である。計算格子間隔は $\Delta t = 0.05\text{秒}$ 、Manningの相当粗度係数は $n = 0.02$ に仮定している。境界条件として、水槽の壁面は完全反射の条件を与えた。

#### 4.2 数値計算による伝播特性の概要

図-4.2 (a~1)は格子間隔として50cmを用いた数値計算による二次元の空間波形である。図は再現時間で2.5秒毎の結果を示している。造波制御盤には周期10secの正弦波を入力信号として与えているが、ロートバルブの機械的特性のためか、実際に起こされた波はy方向に同一の波形とはならず、y方向座標が増加するにつれて波の引きは次第に遅れており、斜め入射の様子を示す。

数値計算により明らかとなった伝播特性をまとめる。まず、最大の特徴は二次元性の強い空間水位分布分布であることである。水路は幅方向に同一な一次元的なものであるが、造波された境界での波自体に位相の違いがあり、図-4.2 (b), (c)に見られるように、手前では(y座標が0に近い)位相が早い。このため、図-4.2 (e)のように、斜め入射と同様な波高分布が生じ、奥側(伝播方向に対し左側)に波高が集中する様子が図-4.2 (f)に示されている。したがって、右側では、第1波の波高は比較的小さく、伝播に伴い後方の分裂波の発生も早い。さらに、22.5秒後(図-4.2 (i))には、第2波の波高が第1波のものより大きくなる。これに対し、奥側では、計算終了(30.0秒)まで、第1波の波高が最も大きく、分裂して生じた第2波は右側の第2波と比べて小さい。

斜面より手前で分裂波が増幅した原因は、いくつか挙げられる。1つは、図-4.2 (e)に見られるように、伝播初期から後方に波長の短い成分波が生じていたこと、もう

1つは図-4.2 (g)から4.2 (k)までの波高分布を連続してみると分かるように、主峰の後方に、水路を奥から手前へ斜めに伝播する成分が存在し、これが手前の側壁付近で第2波の波と合体したこと、などが考えられる。また、図-4.2 (i)から(1)に見られるように、手前から奥に向かう成分が奥側の第1波の後方にある波(第3波目に相当)の増幅を助長させている。

以上、今回の造波した波は非常に複雑な伝播であったことが、数値計算結果を3次元図化することにより示された。実験による測定では、その地点に限りがあるため、このような空間波高分布を示すことは難しい。次節で比較するが、この数値計算結果と実験値は若干の波高の違いは除き、ほぼ一致する結果を得ており、ここで示した伝播特性が実験水路で形成されていたことが予想される。

#### 4.3 実験値との比較

##### (1) 時間波形

ここでは計算結果の一部として、 $y = 13\text{m}$ 上で2m毎の地点での時間波形を $t = 0$ から30秒まで比較する。数値計算の支配方程式として、Boussinesqの式他に浅水理論を用いる。なお、空間格子間隔は25cmとする。図-4.3 (a), (b), (c)に、その結果を示す。実線に丸印が実験結果、点線が浅水理論、実線がBoussinesqの式による計算結果である。比較する地点は $y = 13\text{m}$ の一測線上にあり、 $x = 1.5\text{m}$ から2.0m毎に選んでいる。

図-4.3 (a), (b)に $x = 1.5\text{m}$ より39.5mに到る各地点での時間波形を示すが、その中でも特徴的なものを図-4.3 (c)に拡大して示す。これを見ると、実験およびBoussinesqの式による波形には、 $x = 11.5\text{m}$ 付近から主峰後方に分裂が生じ始め、斜面が存在する $x = 23.5\text{m}$ では顕著に分裂波が認められる。これに対し、浅水理論には分裂現象は殆どなく、伝播につれ波高の減少する傾向が見られる。これは、浅水理論に分散項が考

慮されていないこと、また移流項を風上差分する際に導入された数値粘性が波形の前傾化とともに影響したためである。Boussinesqの式の数値計算には、この数値粘性は含まれておらず、数値分散性のみを有する。したがって、格子間隔を粗くすると、この数値分散性が無視できなくなり、過大に分散性が働くことになるので注意を要する。

図-4.3の結果を判断する限りでは、Boussinesq計算は実験結果とよい対応を示している。さらに、波高・波形勾配・波形に関して、実験値との定量的な比較次に行う。

#### (2) 最高水位

図-4.4に実験値に対する計算値の相対誤差を示す。相対誤差は(実験値-計算値)/実験値として定義した。横軸は伝播距離を表す。全体的に浅水理論は過小評価であり、特に斜面を登った後にそれが顕著となる。Boussinesqの式では、斜面上とその直後を除き比較的良好な一致を示している。最大誤差は、浅水理論では30%程度であるのに対し、Boussinesq計算では10%程度、斜面部では20%である。

図-4.3の $x=21.5\text{m}$ および $23.5\text{m}$ を比べるとよく分かるが、 $x=23.5\text{m}$ で突然Boussinesq計算の第1波のみが大きくなり、この傾向が $x=30\text{m}$ 付近まで続く。 $x=23.5\text{m}$ には $1/10$ の斜面が始まる地点であることを考えると、こうした差を生じた主原因は、ここでは無視した分散項中の斜面の効果であろう。ただし、斜面付近で過大評価であり、その後 $x=30\text{m}$ から徐々に波高を減衰させるという結果について、さらに考察する必要がある。

#### (4) 波形勾配

図-4.5には伝播に伴う波形勾配の変化を調べた結果を示す。図より斜面の開始点( $x=23\text{m}$ )から浅水理論の波形勾配が過大になっていることが分かる。斜面の手前では、非線形性が小さいため波形勾配も小さく、分散効果の有無による違いは見られない。一

方、斜面を乗り越えた後は、非線形性が大きく作用することになり分散効果の有無による差が生じてくる。この分散効果は非線形効果による前傾化を抑制する性質を持つからである。Boussinesqの式の計算は実験値とはほぼ一致する結果であり、計算での非線形性と分散性が実験結果に対し良好に再現されていると考えられる。

#### (5) 第1波の波形

さらに、波形の差について調べた結果を図-4.6(b)に示す。ここでの比較範囲は図-4.6(a)に示したように引き波から始まる一周期分である。波形の差は静水位と波形水位とで囲まれる面積に対し $\Sigma|\text{実験値}-\text{計算値}|/\Sigma|\text{実験値}|$ として定義した。図-4.6(b)明らかのように、波形の差についてもBoussinesq計算の方が精度が良い。最大誤差に関しては、浅水理論では40%程度であるのに対し、Boussinesq計算では半分の20%程度である。双方とも伝播に従い誤差は増加する。斜面( $x=23.5\text{m}$ )前で誤差の大きい地点( $x=19.5\text{m}$ )がある。これは、図-4.6(a)を見る限りで、実験値の波形全体が2、3mm高く、平均水位(または静水位)のズレが生じたものと考えられる。第1波の引き波が生じる以前で、実験値は若干の値を示しているからである。また、これは浅水理論計算でも同様であり、次節の図-4.8

(a)を見るとよく分かる。このように、実験値の零点調整の良否に起因する誤差もあることに注意して議論する必要がある。

#### (6) 詳細な第1波波形の差

ここでは、図-4.6(a)で生じた波形の差が、どこの地点でどの波形の部分にどのような原因により生じるのかについて、もう少し詳細に検討する。そのために、図-4.7(a)に示すように1周期を、①引き波開始から極小値まで、②極小値から極大値(最大波高)まで、③最大波高からゼロクロスダウンまで、の3つに分割する。①は引き波に関して、②は主峰の前面波形勾配に関して、③

は主峰後方に生じる分裂波についての差を調べることに対応する。前述(5)と同様、波形の差の定義は、図-4.7 (a)に示したそれぞれの区間において、波形と静水位面の間に挟まれた面積を求め、 $\Sigma | \text{実験値} - \text{計算値} | / \Sigma | \text{実験値} |$ としている。図-4.7 (b)はBoussinesqの式、図-4.7 (c)は浅水理論による波形の差を実験波の面積に対する相対誤差として示す。

まず、Boussinesqの式に関して、伝播に伴う波形の違いについてまとめる。差の分布は図-4.7 (b)に示したA、B、Cの3領域に大きく分けることが出来る。A領域は斜面に達する以前であり、①による差が支配的な場所である。全体で約15%の誤差のうち、①がその半分程度を占める。B領域は斜面上とその直後であり、②や③の差が急激に増加している。ここでは、斜面からの反射波や分散項中の斜面効果の影響があり、計算による主峰の波高が過大に評価されている。斜面を登りきると差は小さくなり、 $x=29.5\text{m}$ 付近で10%程度の誤差に留まる。これは主峰の波高が実験値にほぼ等しくなったためである。C領域は斜面を通過し、少し伝播した後の水平床にあり、特に①の誤差の増加が顕著であるが、③の分裂波による差も無視できない。 $x=35.5\text{m}$ 付近では2つ目の分裂波が生じており、この発生自体は実験値との対応はよい。しかし、計算による分裂波は若干小さく、③の値が大きくなる。

次に、浅水理論の結果についてまとめる。Boussinesqの式の結果同様に、3つの領域に分けることが出来るが、伝播に伴い誤差はほぼ一定増加しており、特に②、③の割合が大きい。伝播の始めから主峰の後ろには短周期波があり、分散効果が当初から大きく作用していたようである。その結果、斜面が始まる前から、分散効果を考慮していない浅水理論では立ち上がりの波形勾配が大きくなり、また、後方の分裂波の発生も見られないため、②、③の値が大きくなる。 $x=21.5\text{m}$ で急に

誤差が小さくなったのは、実験値の零点調整の精度が良く、その静水位位置が計算値と等しくなり、①が減少したためであると思う。

ここで、2つの計算結果の差の比較を①、②、③について行った結果をそれぞれ図-4.8 (a)、(b)、(c)に示す。実線がBoussinesqの式、点線が浅水理論による計算結果との差である。①では両者の違いはほとんどなく、後方の短周期波による分散効果の影響は先端の引き波までは及んでいない事が分かる。図-4.3 (c)の $x=11.5\text{m}$ や $35.5\text{m}$ の実験による静水位を見ると分かるように、①の主な差の原因は、やはり静水位測定誤差によるものと結論してよい。この誤差は同じ地点でも時間により異なるため、簡単な補正は難しい。②、③では両者の違いは大きく、浅水理論による誤差はBoussinesqの式による差と比較して、2から3倍の値を示す。②における波形差の傾向としては、斜面上付近で大きく、その後若干小さくなるが、再び $x=35\text{m}$ を超えた辺りから差は増加する。これに対し、浅水理論での③での波形差は斜面位置に関わらず一定増加する。また、Boussinesqの式での③での波形差は②での波形差と同様な傾向を示すが、再び増加する位置が②での波形差より早く $x=30\text{m}$ 付近(第2波目の分裂波の発生付近)となる。このような違いは、②での波形差は水深変化にすぐに対応する非線形性(波高水深比)に、③での波形差はほぼ一定値をとる水深波長比に、それぞれ関係するためであろう(波高水深比および水深波長比は図-3.6、3.8を参照)。

以上、実験値との比較によりBoussinesqの式の計算の精度について調べた。波高に関しては最大20% (斜面上を除けば10%以内)、波形に関しては最大25%程度の誤差であることが分かった。さらに、実験の測定精度によると思われる第1波の引き波に於ける差を除けば、ほぼ第1波の波形は一致し(10%以内)、非常によい精度の計算結果を得ること



が出来た。実際問題に本計算モデルを適用しても、十分な精度の結果を期待できものと考えられる。最後に計算時間の比較を表-4.1 にまとめる。浅水理論計算の場合のように計算格子数に比例してCPUの増加することが通常であるが、Boussinesqの式では格子数が増えると繰り返し数も増加するため $\Delta x = 25\text{cm}$ の例のように膨大なCPU時間になる。

## 5. おわりに

### (1) 一次元伝播問題

Boussinesqの式を基礎式とした数値計算法を提案し、その基礎検討として一次元問題を扱った。1/10勾配の斜面を伝播する孤立波についてStreetらの実験やMAC法による高精度計算、分散項中の非線形性をも取り入れた後藤の式などと比較し、ほぼ本計算でも妥当な結果を得られることを示した。

### (2) 二次元伝播問題

幅方向に変化した水深分布を仮定し、実際問題への適応性を確かめた。幅方向の運動方程式中の1つの分散項が過大になると言う問題はありますが、この増大を抑えることにより安定した結果を得ることができる。今後、この分散項の影響を定量的に評価するとともに、分散項の計算の改良をする必要がある。

### (3) 大型実験との比較

東北大学津波実験所における大型二次元水槽での実験結果と本計算結果を詳細に比較検討した。Boussinesqの式による結果は浅水理論によるものと比べて、実験との一致は非常に良好であった。伝播途中に存在する1/10勾配斜面を通過した後では、前面波形勾配や分裂波の発生などの再現に関して、分散効果が重要であることが分かった。Boussinesq計算について、波高に関しては最大20%（斜面上を除けば10%以内）、波形に関しては最大25%程度の誤差であることが示された。さらに、実験の測定精度によると思われる第1波の引き波に於ける差を除けば、ほぼ第1波の

波形は一致し（10%以内）、非常に精度の高い計算結果を得ることが出来る。ただし、計算条件により、特に空間格子間隔が粗くなると、精度が落ちることが予想され、必要な精度を得るための条件を設定する必要がある。

## 参 考 文 献

後藤智明（1984）：アーセル数が大きい場合の非線形分散波の方程式，土木学会論文集，第351／Ⅱ-2，pp. 193-201.

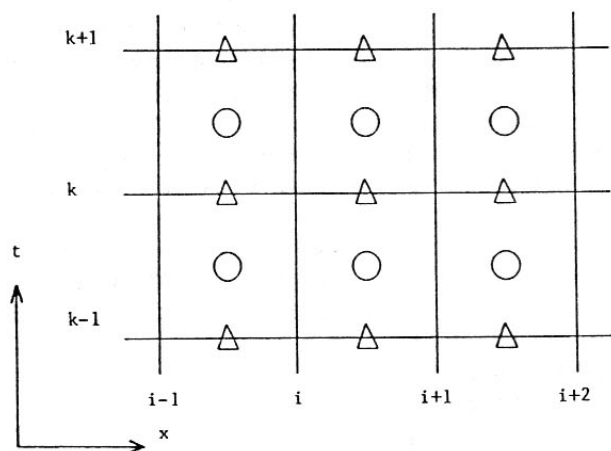
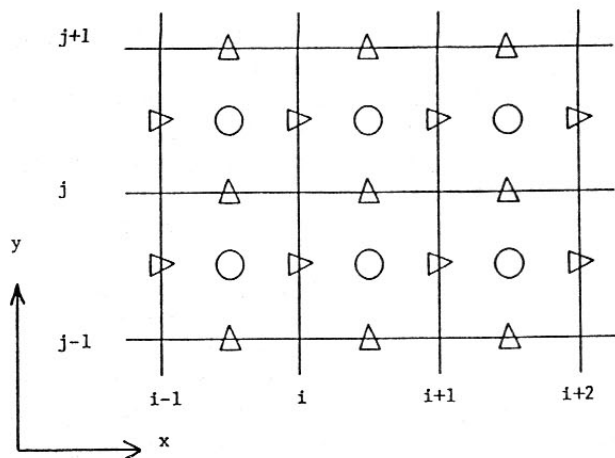
藤間功司，後藤智明，首藤伸夫（1986）：非線形分散波の精度の検討，土木学会論文集，第369号／Ⅱ-5，pp. 223-232.

Madsen, O. S. and C. C. Mei (1969) : The transformation of a solitary wave over an even bottom / J. F. M., vol. 39, part 4, pp. 781-791.

長尾昌朋，後藤智明，首藤伸夫（1985）：非線形分散波の数値計算，第32回海岸工学講演会論文集，pp. 114-118.

Street, R. L., S. T. Burges and P. W. Whitford (1968) : Dept. Civ. Engng., Stanford Univ. Tech. Rep. No. 93.

謝辞：水理実験を行った当時、東北大学大学院院生であった東京電力株佐山順二氏には多大な協力を頂いた。ここに記して謝意を表わす。



- 水位計算点
- △ 線流量計算点

図-2.1 水位および線流量の計算点

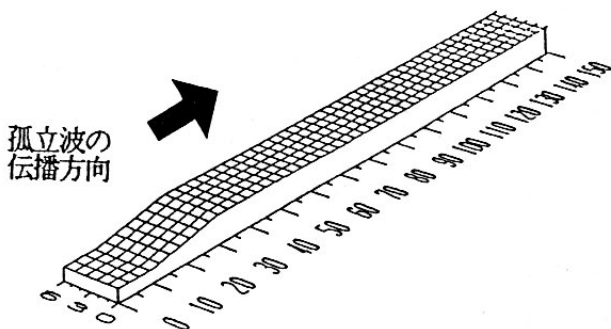


図-2.2 一次元伝播計算での海底地形

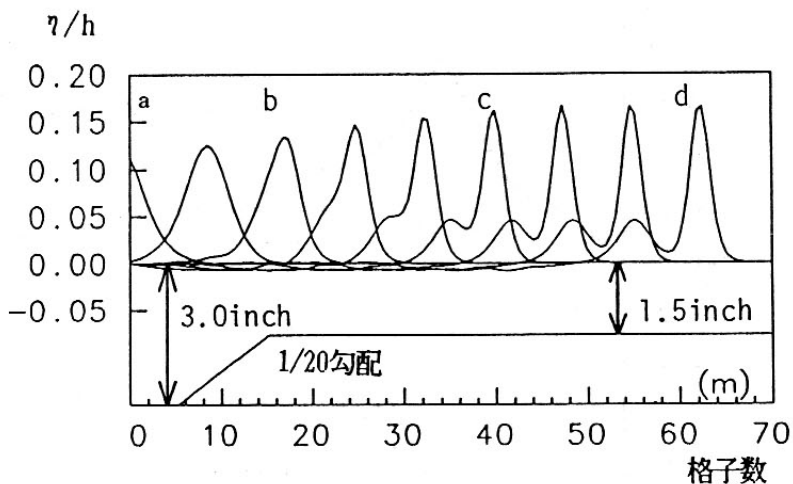


図-2.3 一次元伝播計算による孤立波の空間波形

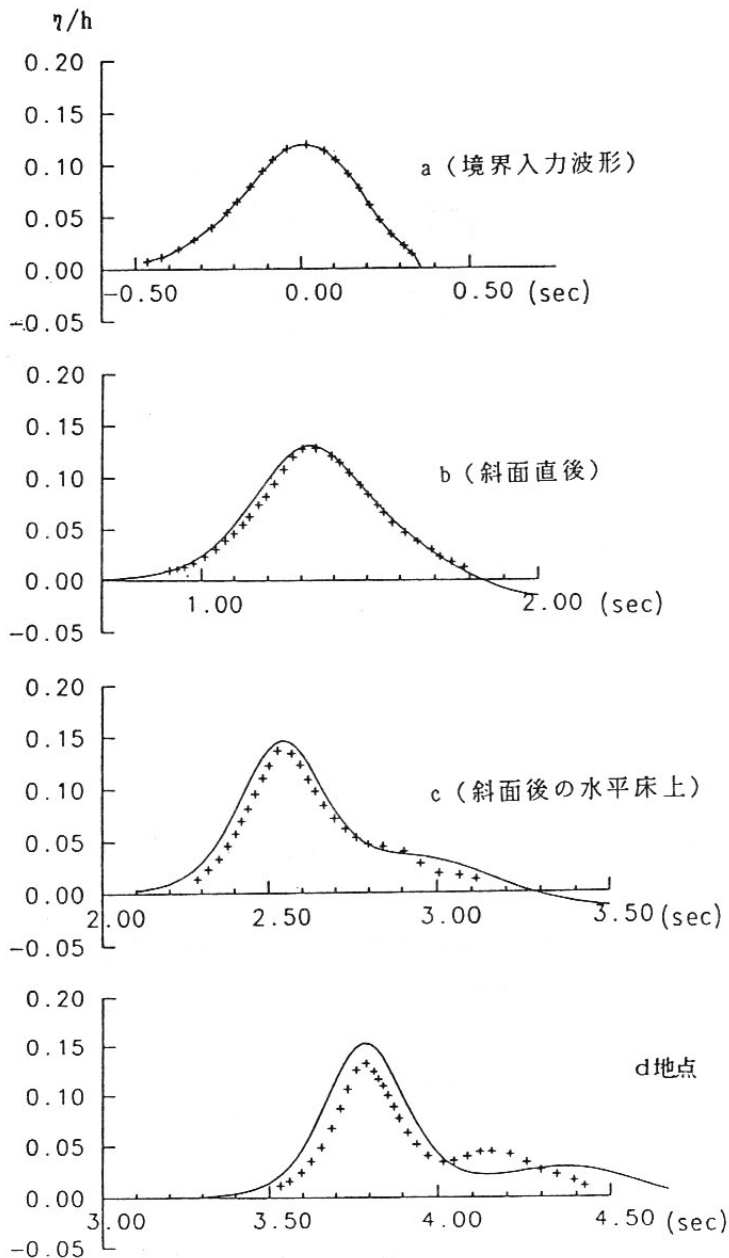


図-2.4 一次元伝播計算による孤立波の時間波形  
Streetらによる実験 (+印), 本計算結果 (実線)

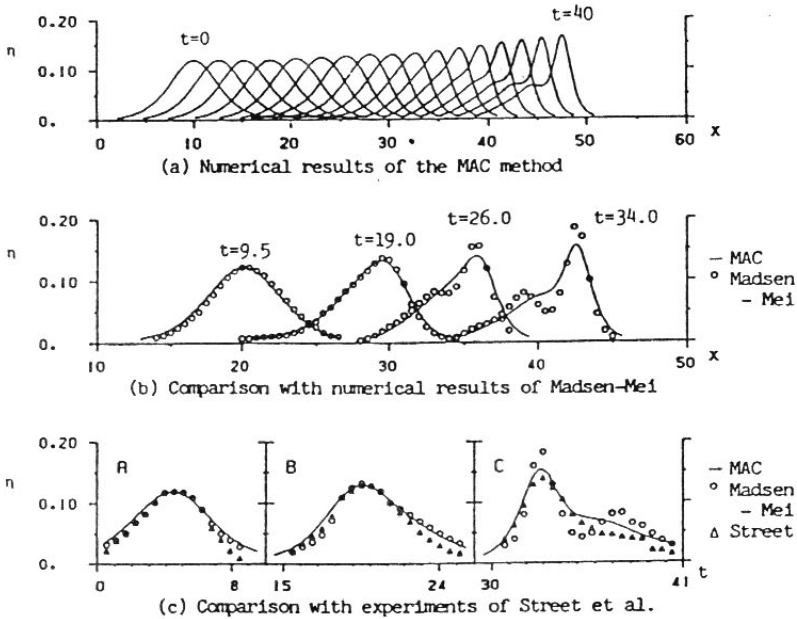


図-2.5 MAC法による計算結果 [藤間ら (1986)]

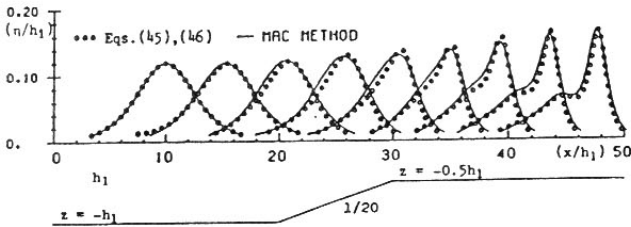


Fig. 4 Comparison of numerical results for a deformation of solitary wave propagating over a slope onto a shelf of smaller depth.

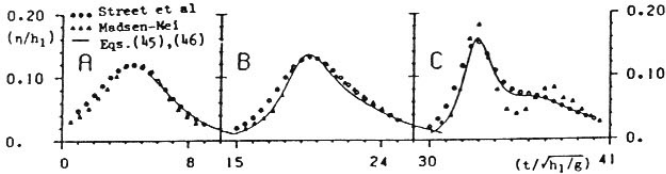


Fig. 6 Comparison between numerical results and experiment.

図-2.6 後藤の式（アーセル数が大きい場合の非線形分散波理論）による結果 [後藤 (1984)]

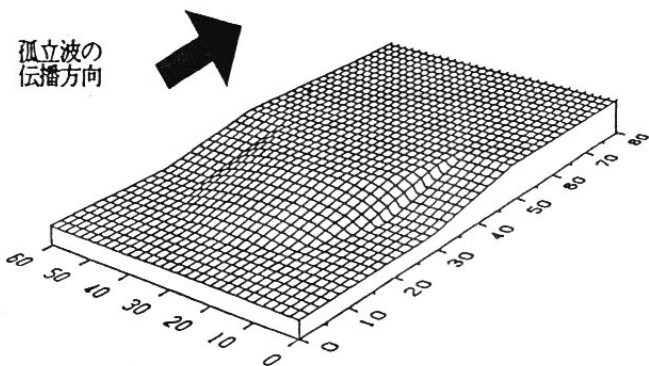


図-2.7 二次元計算の海底地形 ( $\Delta x = \Delta y = 4 \text{ cm}$ )

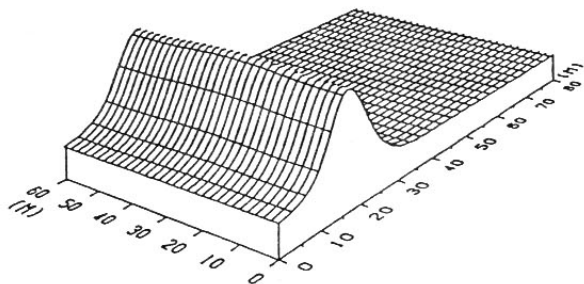


図-2.8 (a) 二次元計算 再現時間 0.8sec ( $\Delta x = \Delta y = 4 \text{ cm}$ )

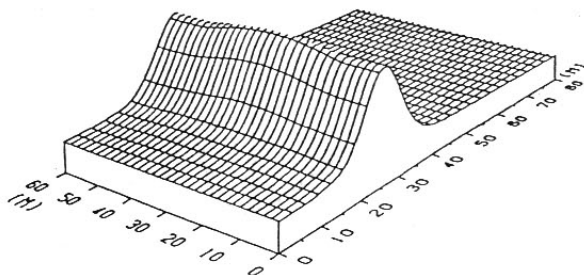


図-2.8 (b) 二次元計算 再現時間 1.6sec

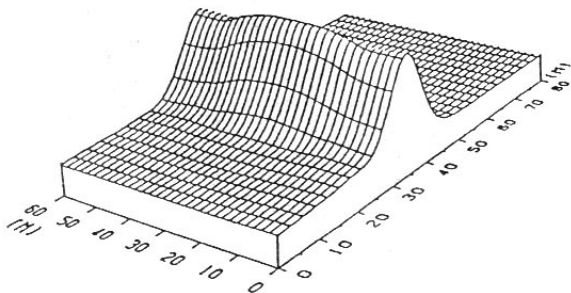


図-2.8 (c) 二次元計算 再現時間 2.4sec

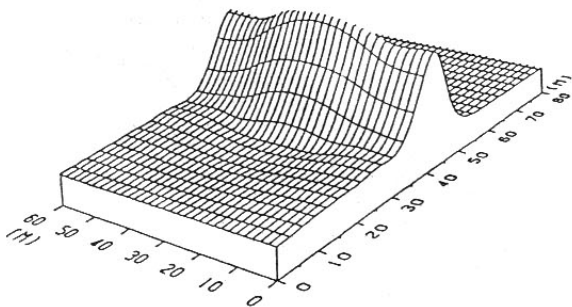


図-2.8 (d) 二次元計算 再現時間 3.2sec

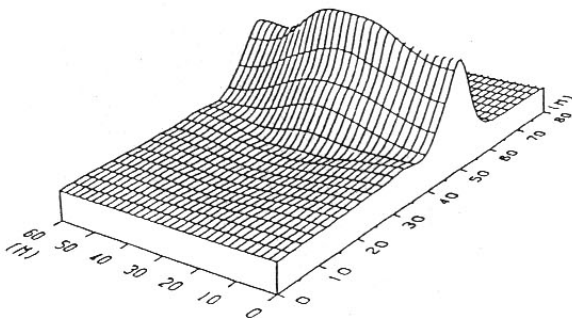


図-2.8 (e) 二次元計算 再現時間 4.0sec

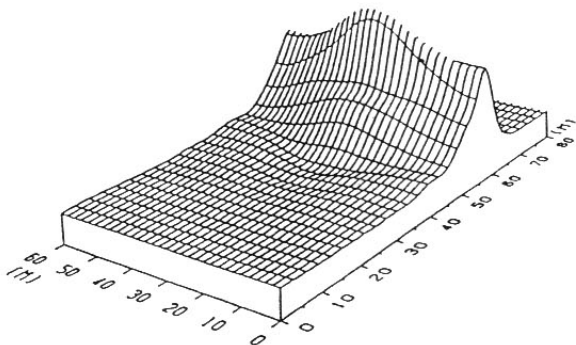


図-2.8 (f) 二次元計算 再現時間 4.8sec

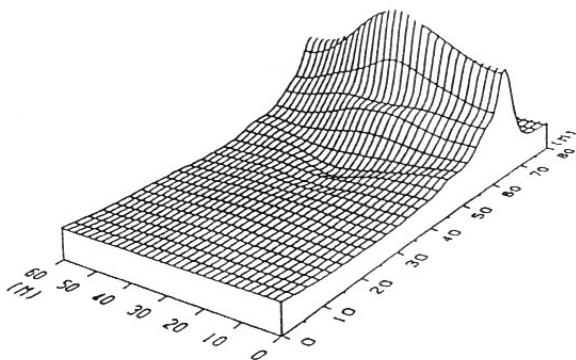


図-2.8 (g) 二次元計算 再現時間 5.6sec

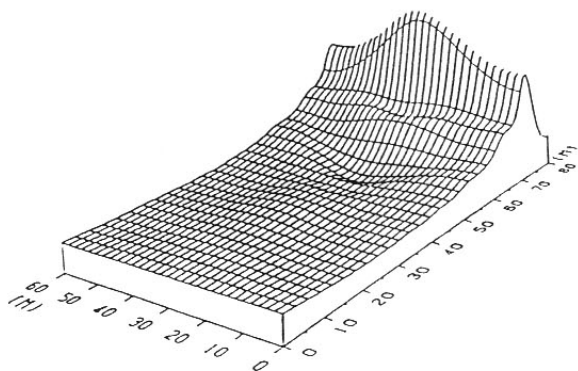


図-2.8 (h) 二次元計算 再現時間 6.4sec



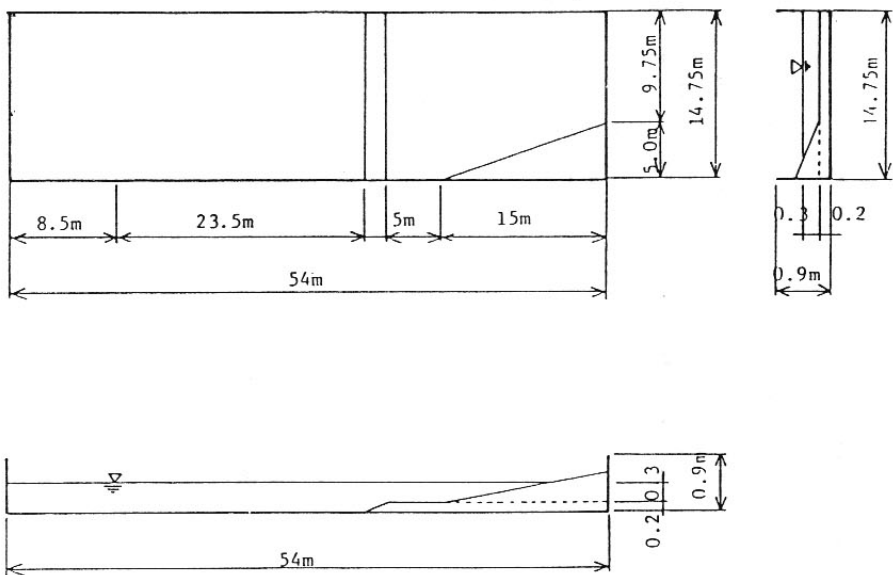
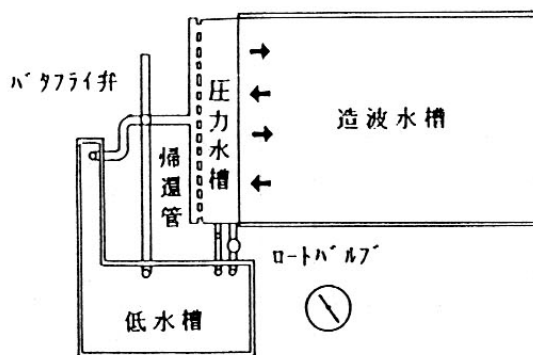
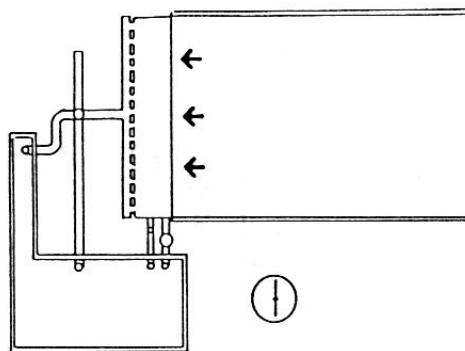


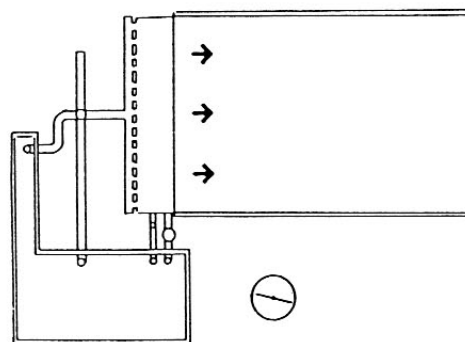
図-3.1 実験水槽の概要



中立状態



ロータバルブが開いて  
水が低水槽に多く帰還  
される。つまり、造波  
水槽へ供給する水量が  
少なくなる。



ロータバルブが閉じて  
低水槽に帰還する水量  
が減る。つまり、造波  
水槽へ供給する水量が  
多くなる。

図-3.2 造波装置の概略

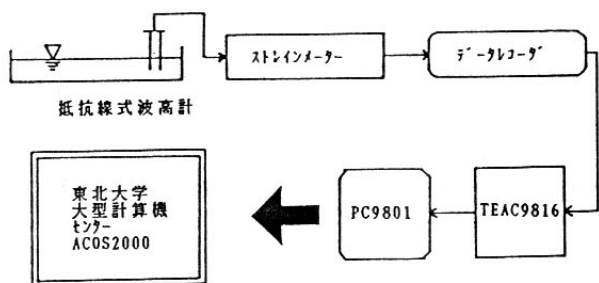
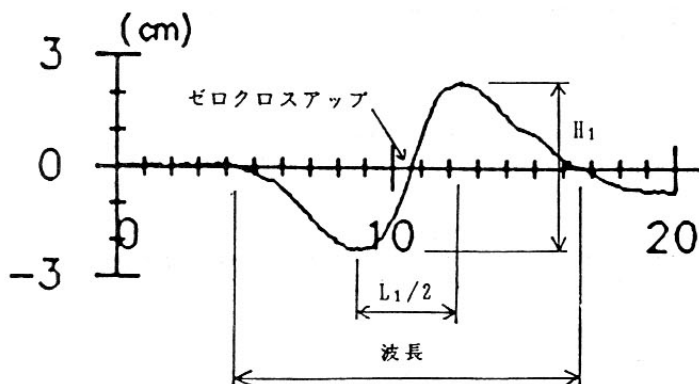


図-3.3 データ転送システム



$$\text{前面波形勾配} = 2H_1/L_1$$

図-3.4 波高, 波長, 前面波形勾配の定義

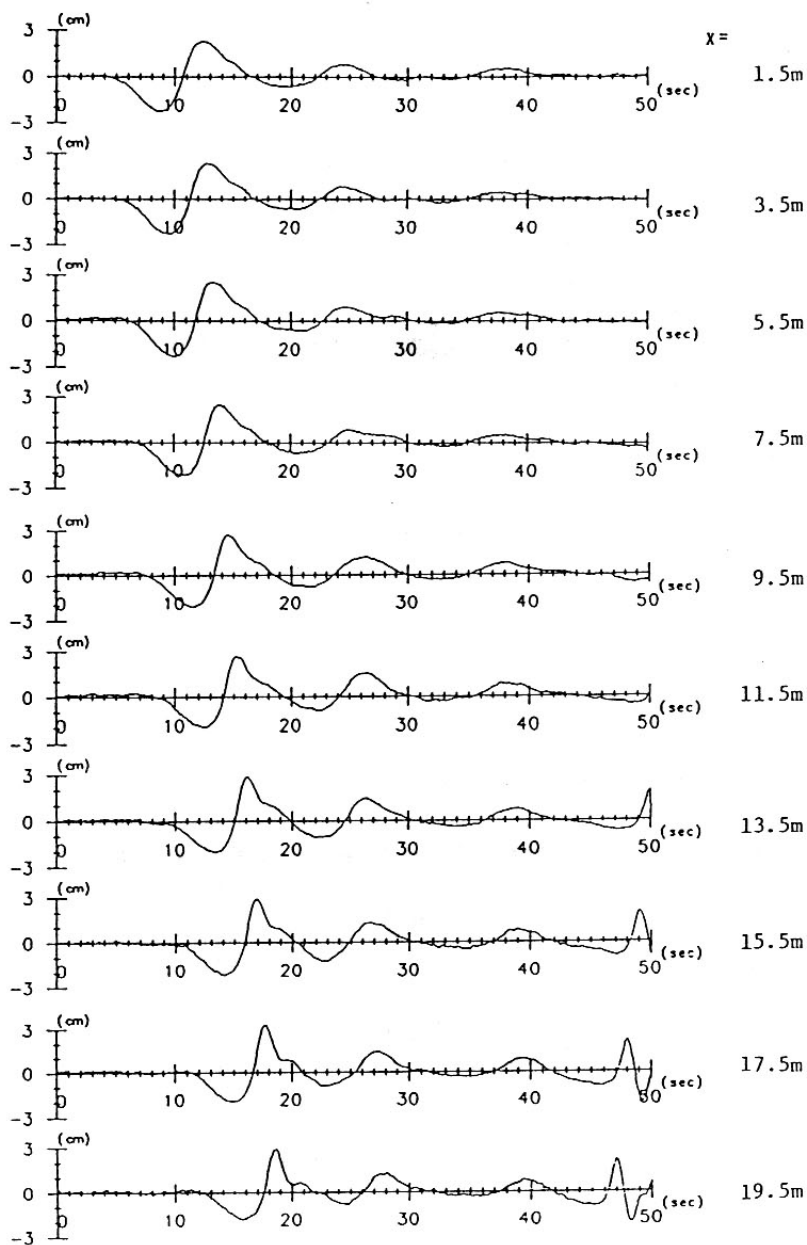


図-3.5 (a) 実験の時間波形 ( $y=13\text{m}$ )

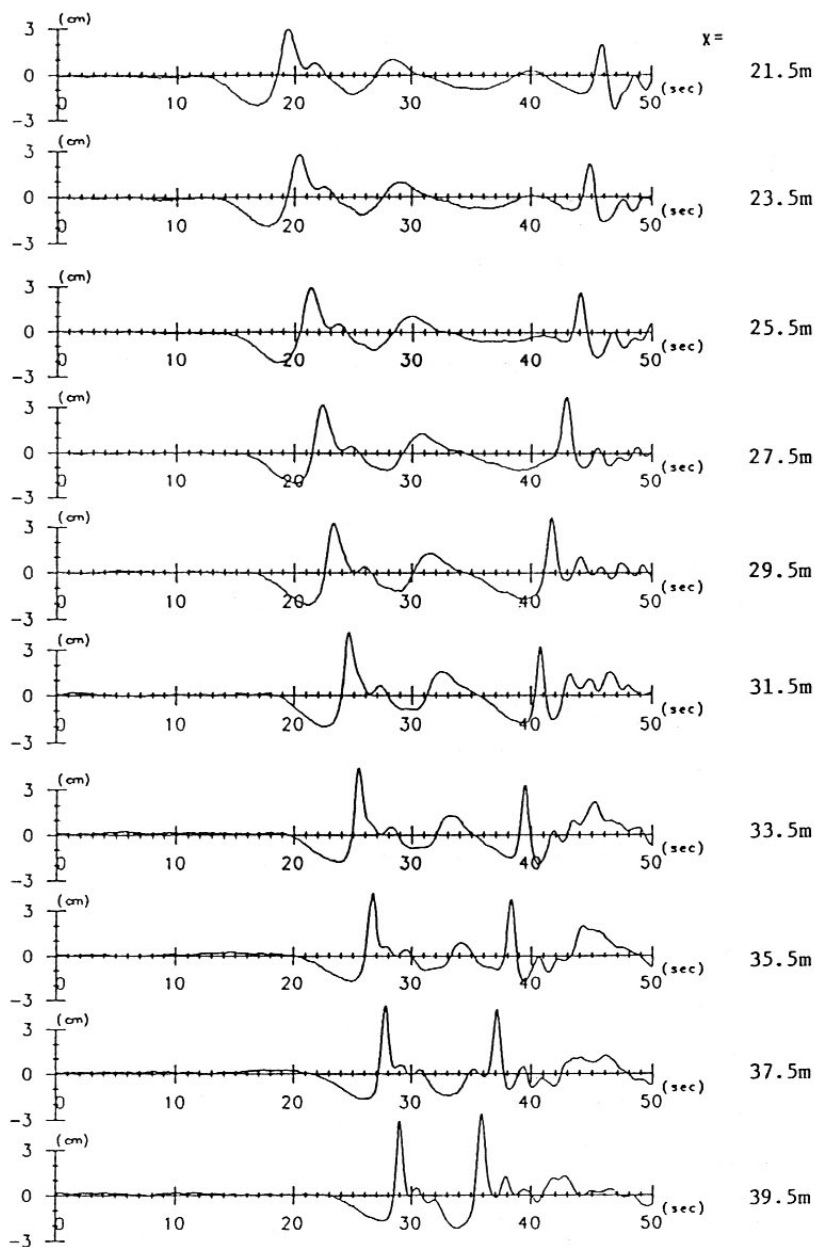


図-3.5 (b) 実験の時間波形 ( $y=13m$ )

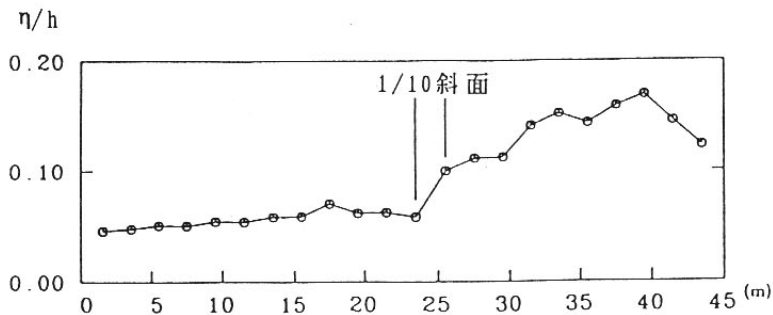


図-3.6 実験波の波高水深比 (横軸は伝播距離  $x$ ,  $y = 13\text{m}$ )

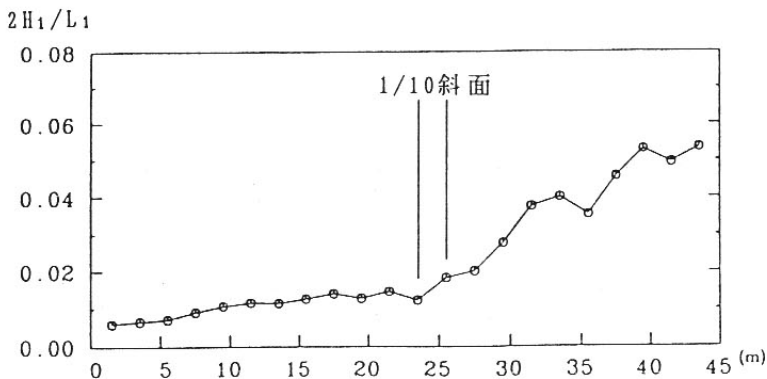


図-3.7 実験波の前面波形勾配 (横軸は伝播距離  $x$ ,  $y = 13\text{m}$ )

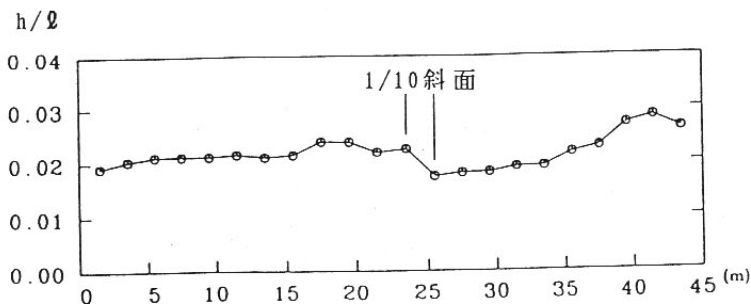


図-3.8 実験波の水深波長比 (横軸は伝播距離  $x$ ,  $y = 13\text{m}$ )

伝播距離

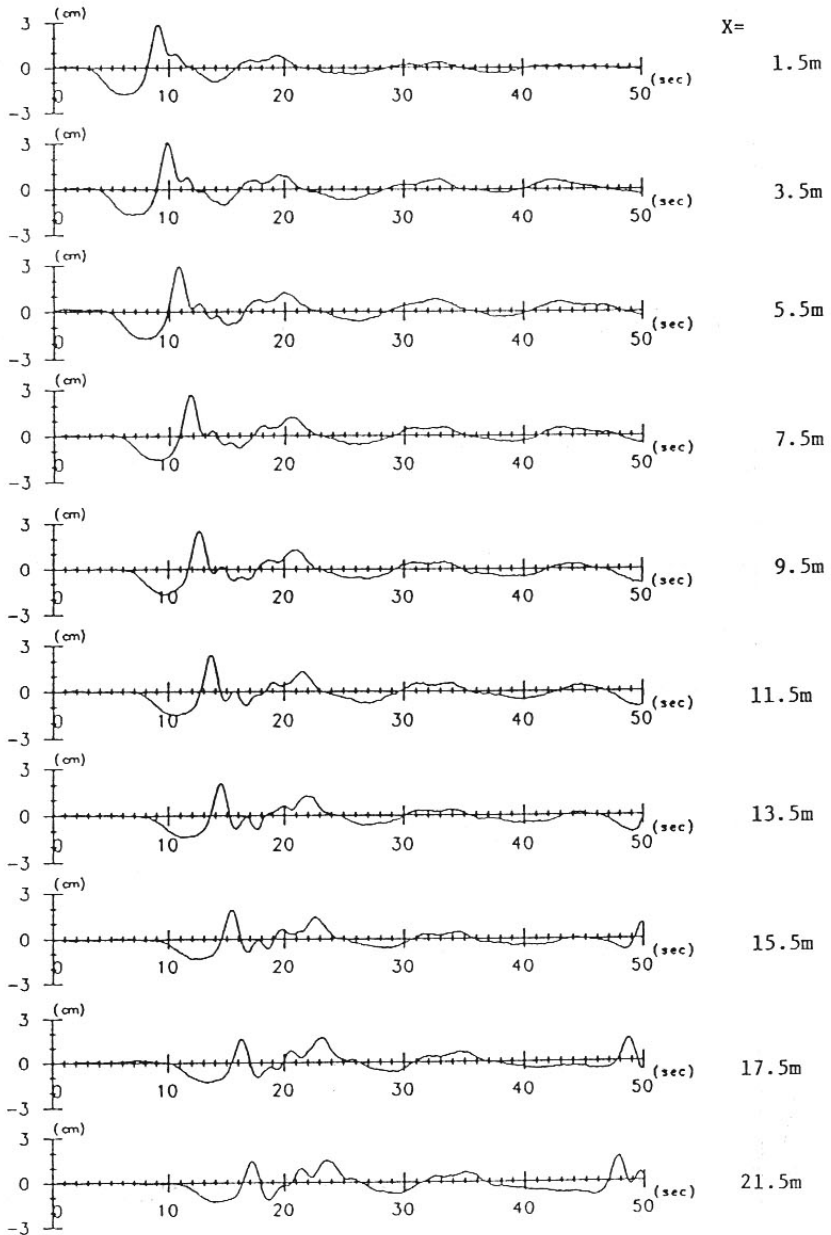


図-3.9 (a) 実験の時間波形 ( $y=3.5\text{m}$ )

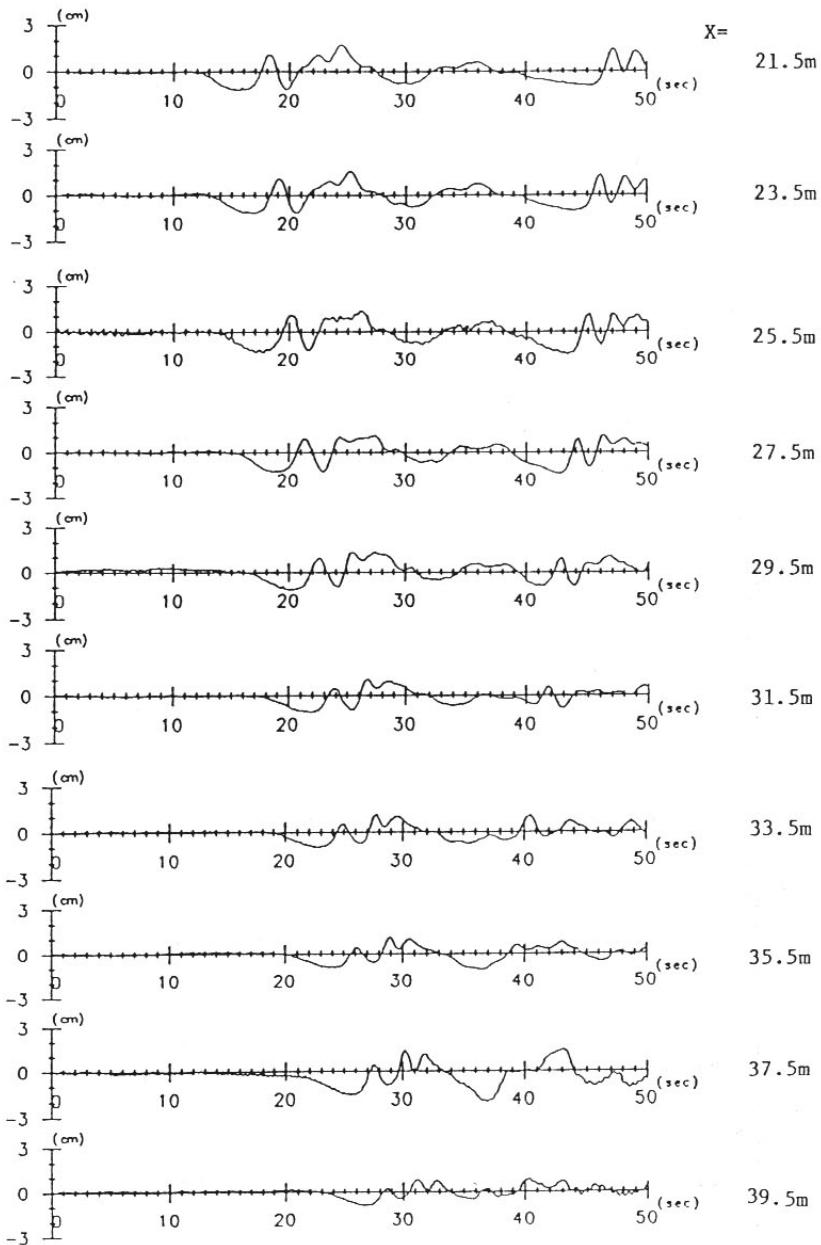


図-3.9 (b) 実験の時間波形 ( $y=3.5\text{m}$ )



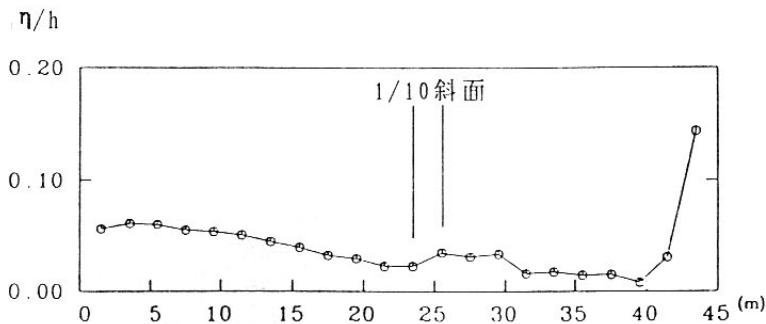


図-3.10 実験波の波高水深比 (横軸は伝播距離  $x$ ,  $y=3.5$ m)

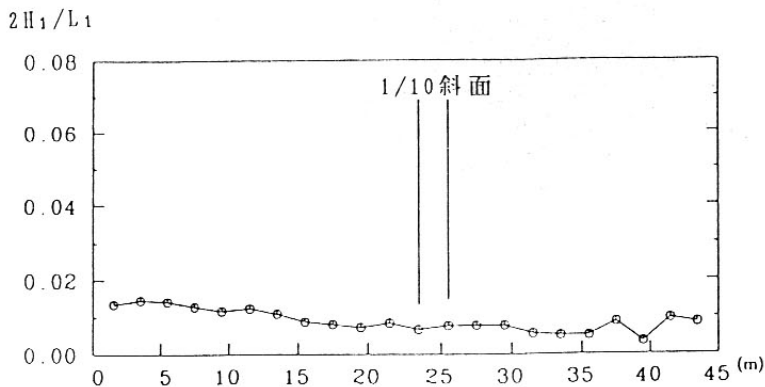


図-3.11 実験波の前面波形勾配 (横軸は伝播距離  $x$ ,  $y=3.5$ m)

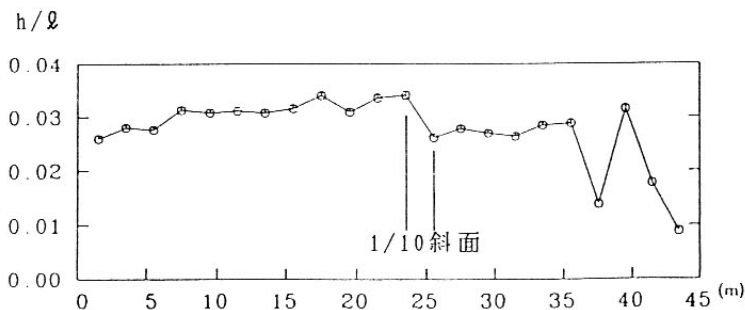


図-3.12 実験波の水深波長比 (横軸は伝播距離  $x$ ,  $y=3.5$ m)

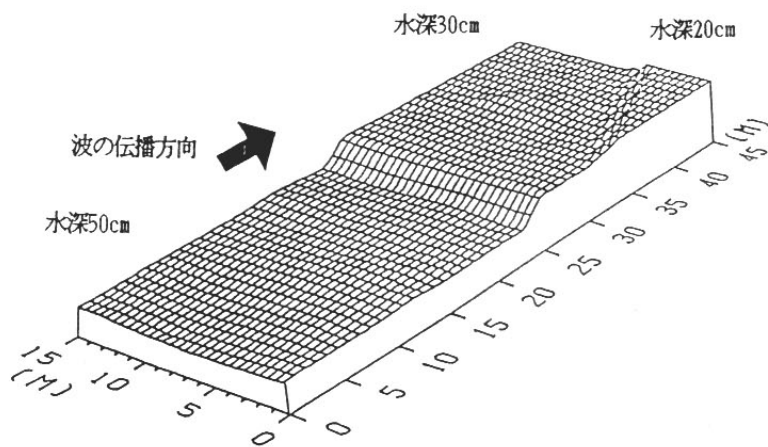


図-4.1 数値計算に用いた海底地形 ( $\Delta x = \Delta y = 25\text{cm}$ )

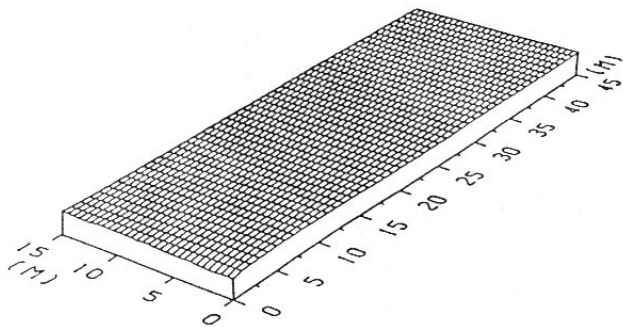


図-4.2 (a) 計算による空間波形 ( $\Delta x = \Delta y = 50\text{cm}$ , 再現時間2.5秒)

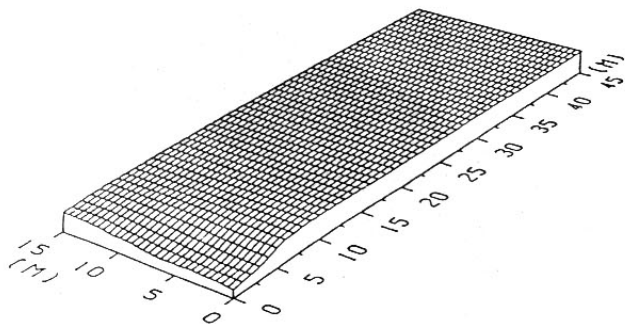


図-4.2 (b) 計算による空間波形 ( $\Delta x = \Delta y = 50\text{cm}$ , 再現時間5.0秒)

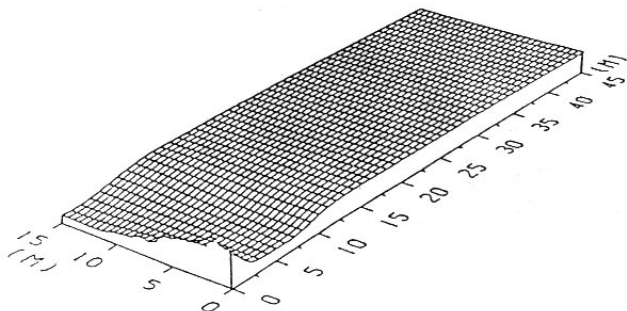


図-4.2 (c) 計算による空間波形 ( $\Delta x = \Delta y = 50\text{cm}$ , 再現時間7.5秒)

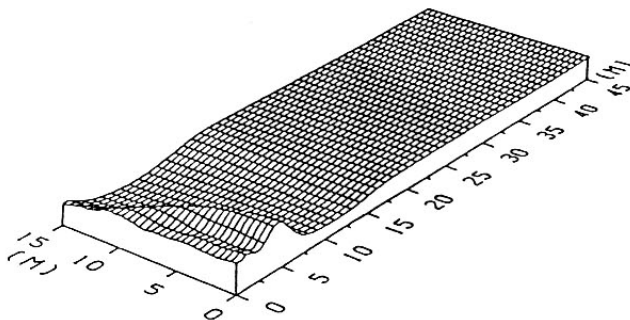


図-4.2 (d) 計算による空間波形 ( $\Delta x = \Delta y = 50\text{cm}$ , 再現時間10.0秒)

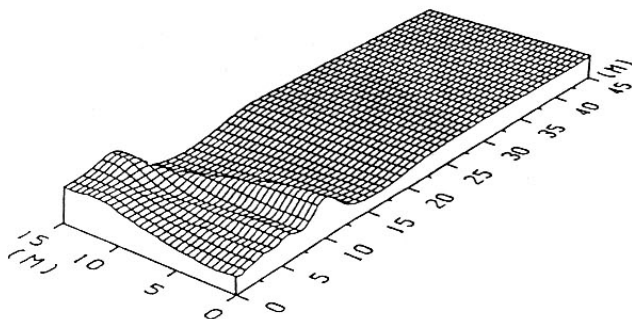


図-4.2 (e) 計算による空間波形 ( $\Delta x = \Delta y = 50\text{cm}$ , 再現時間12.5秒)

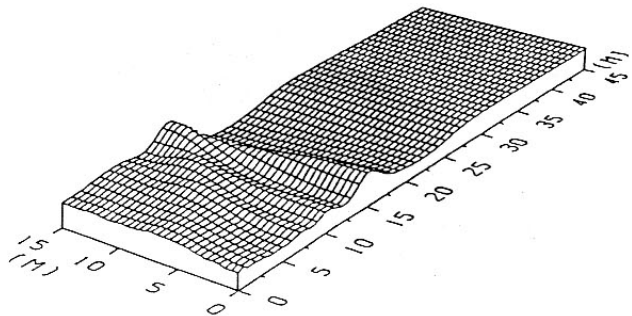


図-4.2 (f) 計算による空間波形 ( $\Delta x = \Delta y = 50\text{cm}$ , 再現時間15.0秒)

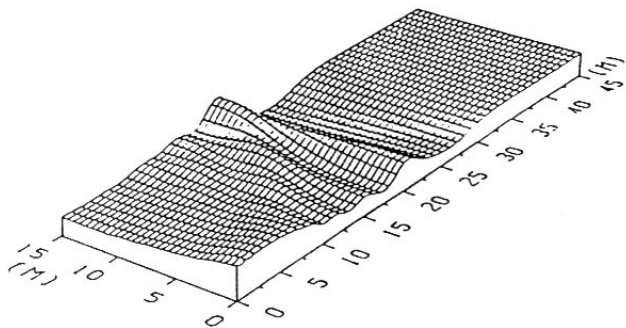


図-4.2 (g) 計算による空間波形 ( $\Delta x = \Delta y = 50\text{cm}$ , 再現時間17.5秒)

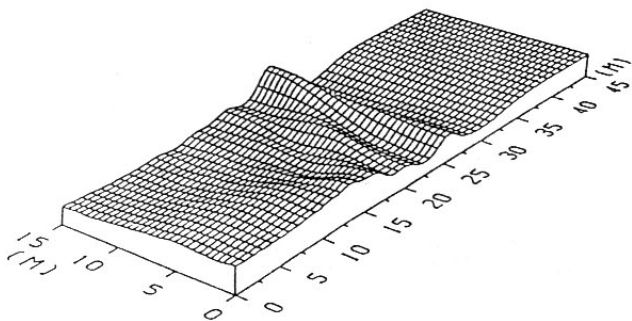


図-4.2 (h) 計算による空間波形 ( $\Delta x = \Delta y = 50\text{cm}$ , 再現時間20.0秒)

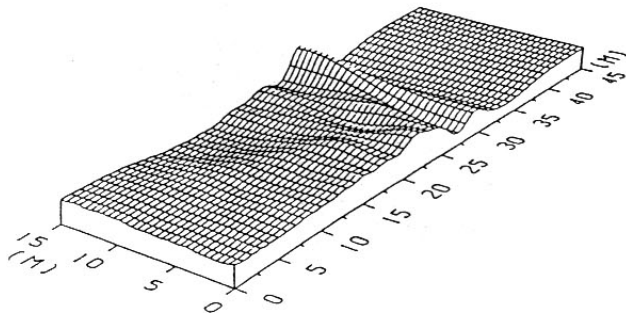


図-4.2 (i) 計算による空間波形 ( $\Delta x = \Delta y = 50\text{cm}$ , 再現時間22.5秒)

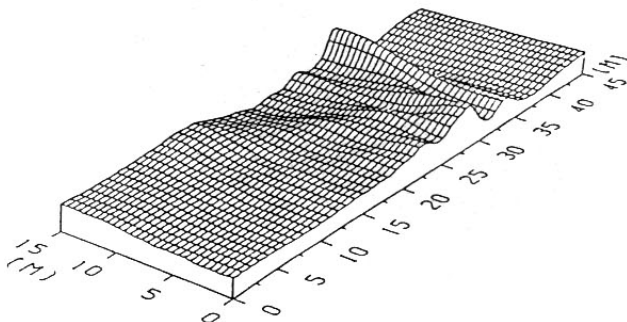


図-4.2 (j) 計算による空間波形 ( $\Delta x = \Delta y = 50\text{cm}$ , 再現時間25.0秒)

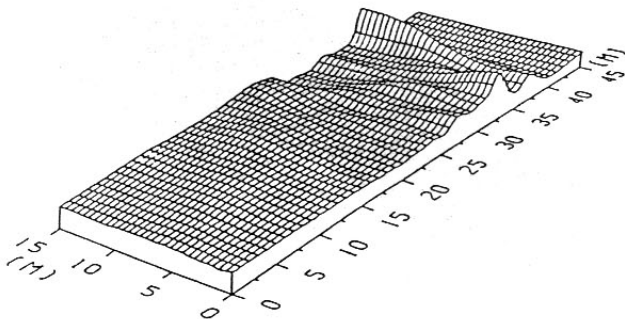


図-4.2 (k) 計算による空間波形 ( $\Delta x = \Delta y = 50\text{cm}$ , 再現時間27.5秒)

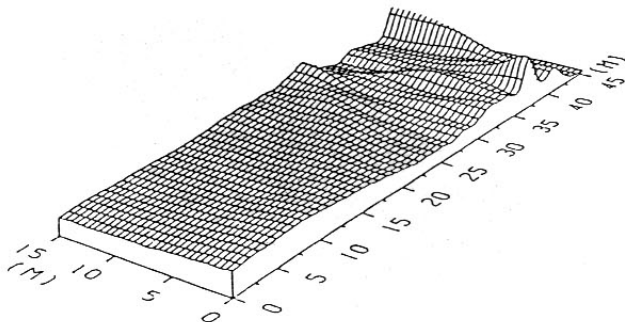


図-4.2 (l) 計算による空間波形 ( $\Delta x = \Delta y = 50\text{cm}$ , 再現時間30.0秒)

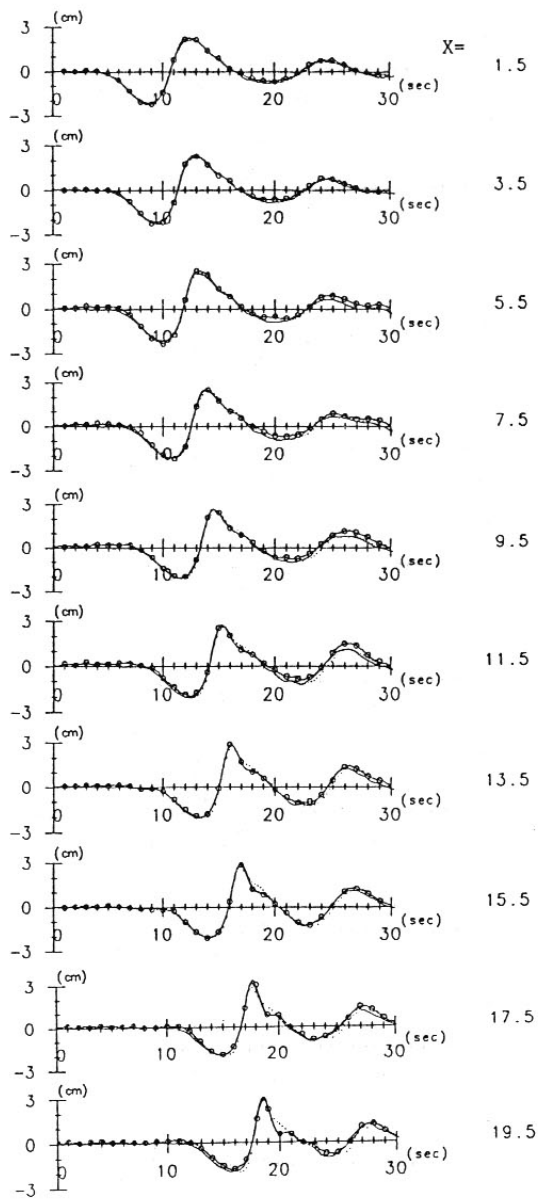


図-4.3 (a) 実験(実線に丸印)と数値計算による波形の比較  
 浅水理論(点線), Boussinesqの式(実線),  $\Delta x = 25\text{cm}$

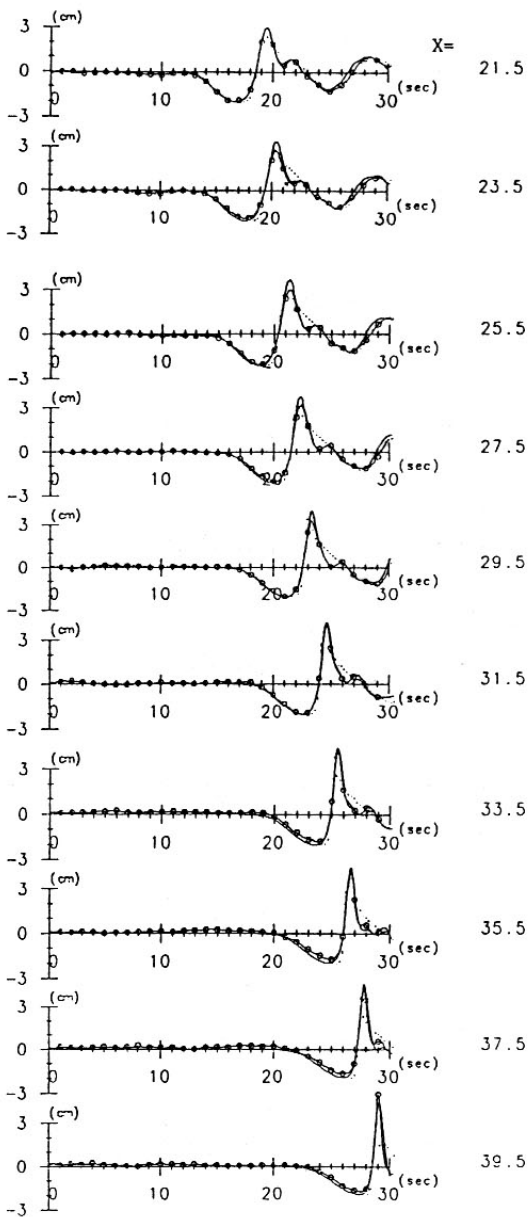


図-4.3 (b) 実験(実線に丸印)と数値計算による波形の比較  
 浅水理論(点線), Boussinesqの式(実線),  $\Delta x = 25\text{cm}$



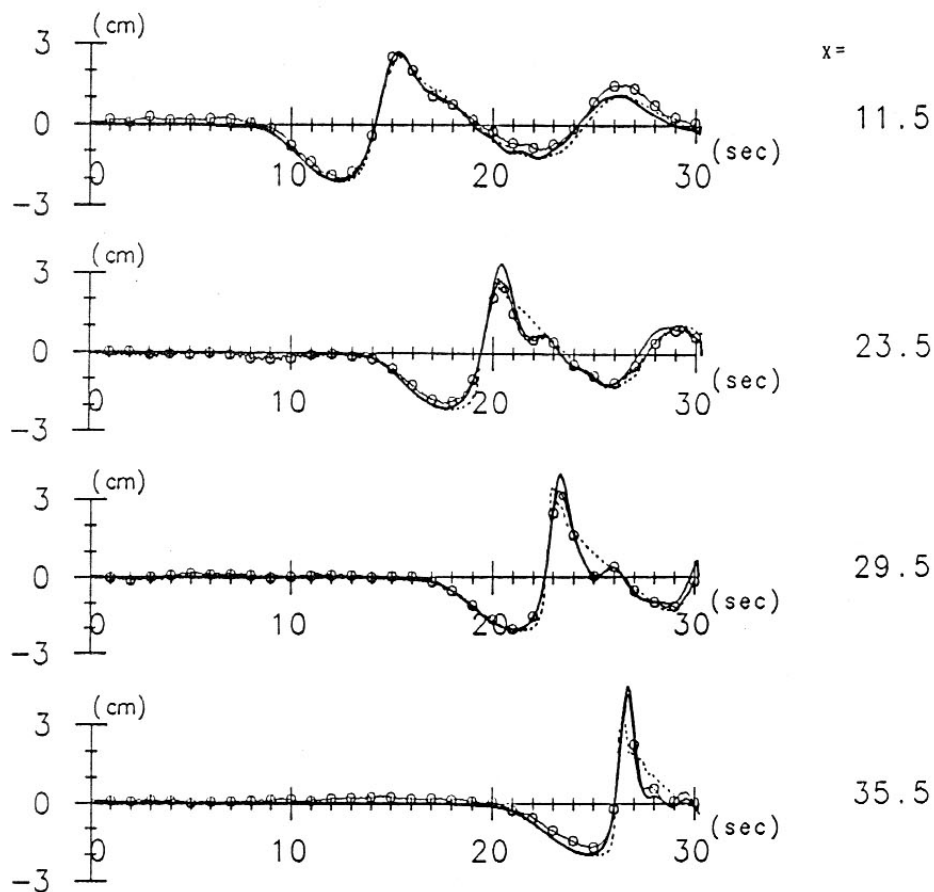


図-4.3 (c) 実験(実線に丸印)と数値計算による波形の比較  
 浅水理論(点線), Boussinesqの式(実線),  $\Delta x = 25\text{cm}$

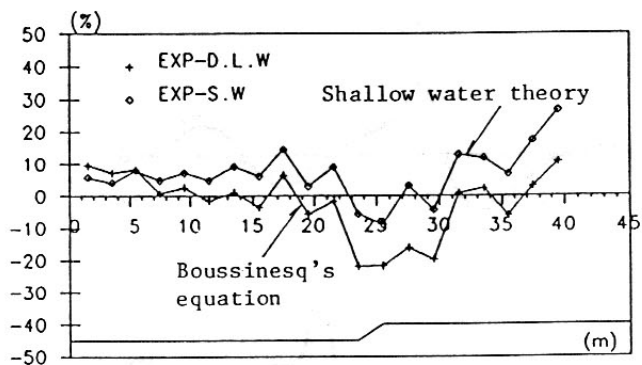


図-4.4 最高水位の実験値に対する相対誤差 ( $\Delta x = 25\text{cm}$ )

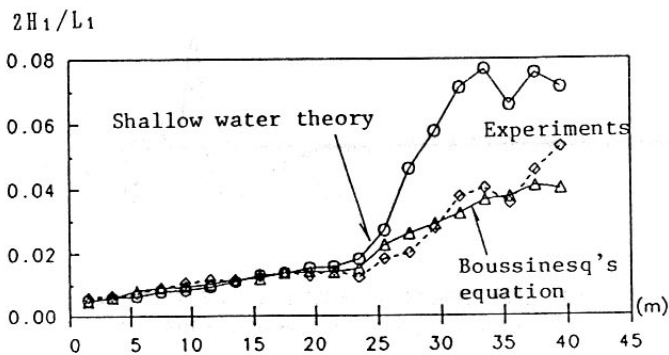


図-4.5 前面波形勾配の比較 ( $\Delta x = 25\text{cm}$ )

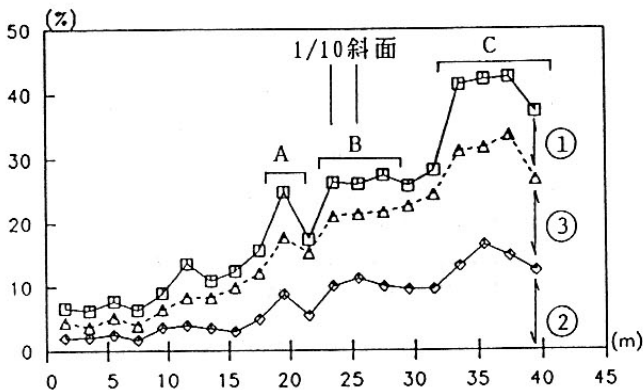


図-4.7 (c) 詳細な波形の差 (浅水理論,  $\Delta x = 25\text{cm}$ )

表-4.1 計算条件と演算時間

支配方程式	浅水理論		Boussinesqの式	
	50cm	25cm	50cm	25cm
空間格子間隔	50cm	25cm	50cm	25cm
格子点数	30×90	60×180	30×90	60×180
時間間隔	0.05秒	0.05秒	0.05秒	0.05秒
時間ステップ数	1000	1000	1000	600
演算時間	1分10秒	4分28秒	5分58秒	2時間48分32秒

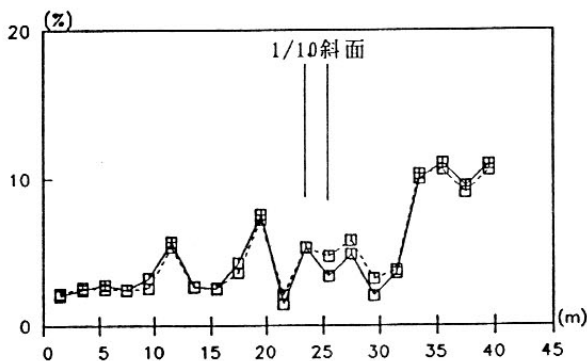


図-4.8 (a) 伝播に伴う①での波形差の分布

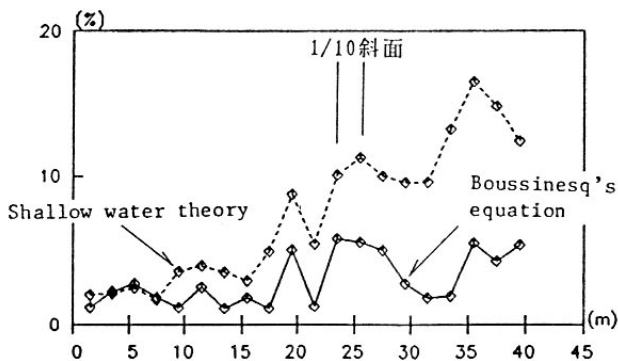


図-4.8 (b) 伝播に伴う②での波形差の分布

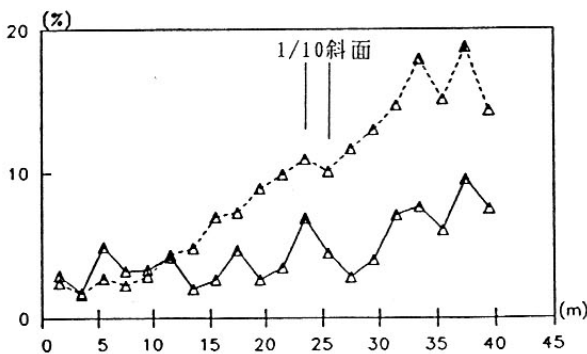


図-4.8 (c) 伝播に伴う③での波形差の分布

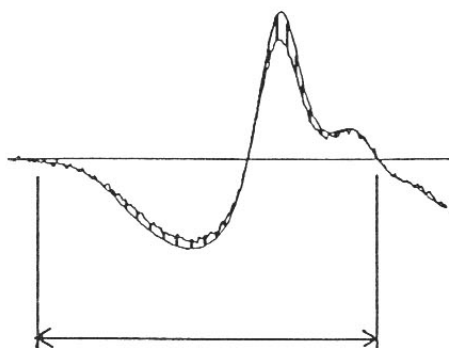


図-4.6 (a) 波形の差の定義-1

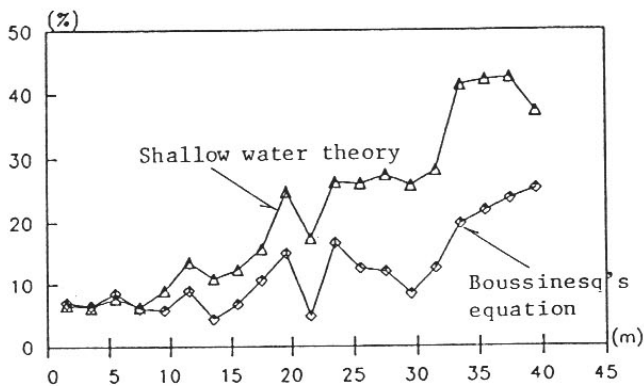


図-4.6 (b) 第1波の波形の差 (実験値に対する相対誤差,  $\Delta x = 25\text{cm}$ )

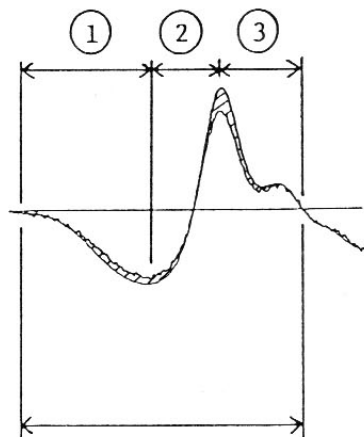


図-4.7 (a) 波形の差の定義-2

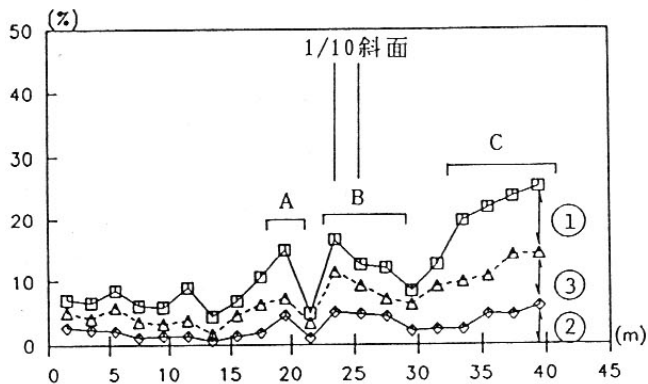


図-4.7 (b) 詳細な波形の差 (Boussinesqの式,  $\Delta x = 25\text{cm}$ )