

変位の大きな比較的短周期の成分を有する津波の伝播特性

柿沼 太郎*・山下 啓*・岸良 美香*

1. 序 論

2011 年東北地方太平洋沖地震津波の水面変動が、岩手県南部沖の水深約 204 m の地点に設置された GPS 波浪計により捉えられた¹⁾。この計測値より、0.5 m 程度の水位低下の後、約 2.5 m の緩やかな水位上昇が 10 分間生じ、そして、その後の 4 分間で、約 4.7 m もの急激な水位上昇が発生したことがわかった。こうした 2 段階にわたる水位上昇は、波高数 m の成分と、変位のより大きな比較的短周期の成分からなる津波が伝播したことを示している。そこで、このような津波がどのような伝播特性を示すのかをモデル地形を対象とした数値解析により調べる。更に、実地形を対象とした津波の 1 次元伝播解析を行ない、上記の水面変動をもたらす、津波波源域の初期水面形を試行錯誤により推定しようとする。

なお、ここでの短周期の意味は、他の成分波、もしくは、津波の 1 波全体の周期と比較して周期が短いということである。また、現象の単純化のために、津波の長距離伝播を扱う際にも、海底摩擦及び流体粘性を無視し、Coriolis の力を考えないことにする。

2. 基礎方程式系と数値解析法

非粘性・非圧縮性流体を対象とする。流体の密度が、空間的に一様で、時間的に一定であるとすると、流体の運動が非回転であると仮定すると、次式のような速度ポテンシャル $\phi(x, z, t)$ が存在する。

$$\mathbf{u} = \nabla \phi \quad \text{and} \quad w = \partial \phi / \partial z \quad (1)$$

ここで、 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ は、水平方向の微分演算子であり、 \mathbf{u} 及び w は、それぞれ、水平及び鉛直方向の流速である。

流体の運動に対して、式 (2) の汎関数²⁾を認める。

$$F[\phi, \zeta] = \int_{t_0}^{t_1} \iint_A \int_b^{\zeta} \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 + g z \right\} dz \, dA \, dt \quad (2)$$

ここで、水面及び底面をそれぞれ $z = \zeta(\mathbf{x}, t)$ 及び $z = b(\mathbf{x}, t)$ と表わしている。また、 g は、重力加速度であり、9.8 m/s² とする。

速度ポテンシャル $\phi(x, z, t)$ を次式のように静水面からの鉛直距離 z のべき関数の重み付き級数に展開する。

$$\phi(\mathbf{x}, z, t) = \sum_{\alpha=0}^{N-1} \{ f_{\alpha}(\mathbf{x}, t) \cdot z^{\alpha} \} \equiv f_{\alpha} z^{\alpha} \quad (3)$$

ここで、(最右辺)において、 α に関する積の総和規約を用いている。また、例えば、 f_2 は、 z_2 の項の重み係数である。

式 (3) の速度ポテンシャルを式 (2) の汎関数に代入し、鉛直方向積分を解析的に行なってから、変分原理の Euler-Lagrange 方程式系を導出することにより、波の強非線形性・強分散性を考慮した波動方程式系が得られる。これは、大気圧を 0 とすると、次式となる。

$$\zeta^{\alpha} \frac{\partial \zeta}{\partial t} - b^{\alpha} \frac{\partial b}{\partial t} + \frac{1}{\alpha + \beta + 1} \nabla \{ (\zeta^{\alpha + \beta + 1} - b^{\alpha + \beta + 1}) \nabla f_{\beta} \} - \frac{\alpha \beta}{\alpha + \beta - 1} (\zeta^{\alpha + \beta - 1} - b^{\alpha + \beta - 1}) f_{\beta} = 0 \quad (4)$$

$$\zeta^{\beta} \frac{\partial f_{\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \zeta^{\beta + \gamma} \nabla f_{\beta} \nabla f_{\gamma} + \frac{1}{2} \beta \gamma \zeta^{\beta + \gamma - 2} f_{\beta} f_{\gamma} + g \zeta = 0 \quad (5)$$

* 鹿児島大学大学院 理工学研究科

式(4)及び(5)は、式(3)の速度ポテンシャルの展開項数を $N = 1$ とすると、非線形浅水方程式系³⁾と一致する。ここでは、波の分散性を考慮し、 $N = 2$ として数値解析を行なう。

断面 2 次元内の現象を対象とし、2 枚の固定水平板で挟まれた 2 層問題を解くための数値モデルである Nakayama・Kakinuma⁴⁾ と同様の差分法を用いて、式(4)及び(5)を解く。

3. 変位の大きな比較的短周期の成分を有する津波の伝播特性

2011 年東北地方太平洋沖地震津波の水面変動に関して、前述した通り、図-1 に示すような潮位偏差が得られている¹⁾。そこで、2 段階の水位上昇の結果、変位の大きな比較的短周期の成分が含まれた場合に、津波がどのような伝播特性を示すのかを調べる。

なお、ここでは、地形を二つの一様静水深部とそれらを繋ぐ一様勾配斜面よりなるモデル地形とし、津波の 1 次元伝播を対象とする。すなわち、図-2 のように、 $600 \text{ km} \leq x \leq 650 \text{ km}$ に一様勾配斜面があり、斜面より沖側の静水深を 204 m、斜面より岸側の静水深を 60 m とする。この斜面の勾配は、0.00288 である。

図-1 の潮位偏差の値を 2 倍し、津波が GPS 波浪計の設置位置を線形浅水波の波速で通過したと仮定して、図-3 のような空間波形を得る。これを Case A の津波初期波形とする。

この Case A の波形から、先行する引き波を形成する部分を除外して静水面とした波形を図-4 (a) に示す。これを Case B の初期波形とする。また、この Case B の波形には、変位の大きな比較的短周期の成分に先行する波を形成する部分、すなわち、第 1 段階の水位上昇部があるが、この部分を波形が滑らかになるように除外した波形を図-4 (b) に示す。これを Case C の初期波形とする。他方、Case A の波形から、第 2 段階の水位上昇部を除外した波形を図-4 (c) に示す。これを

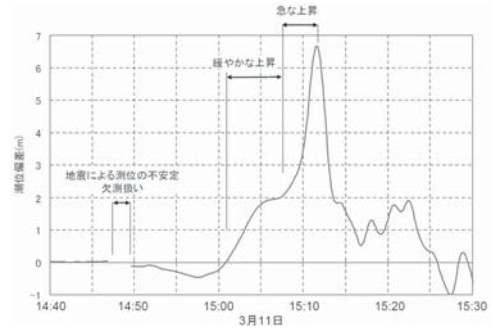


図-1 岩手南部沖 GPS 波浪計が捉えた 2011 年東北地方太平洋沖地震津波の潮位偏差¹⁾

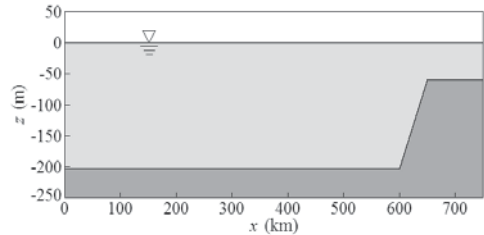


図-2 津波の伝播解析のためのモデル地形

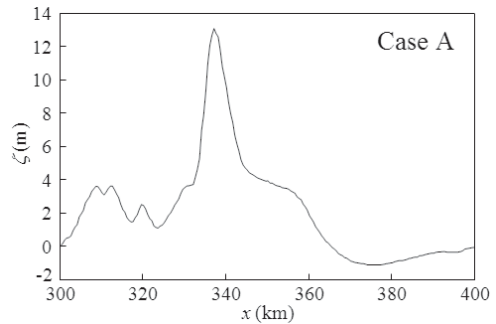


図-3 図-2 のモデル地形上で推定された津波初期波形 (Case A)

Case D の初期波形とする。

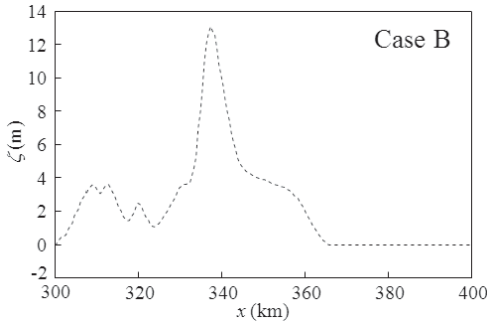
Case A ~ D の初期波形を初期時刻 ($t = 0 \text{ s}$) における水面形とし、初期流速を至る所で 0 として、これらの初期状態より生成する津波の伝播解析を行なう。なお、計算格子間隔及び計算時間間隔は、それぞれ、 $\Delta x = 100 \text{ m}$ 及び $\Delta t = 0.02 \text{ s}$ とする。

図-5 に、Case A ~ D の津波の、時刻 $t = 8,000, 9,000$ 及び $10,000 \text{ s}$ における水面形の

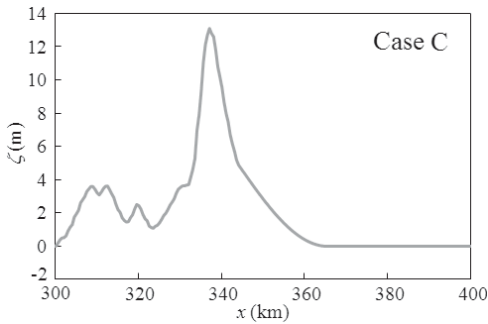
数値解析結果を示す。

図-5 に解析結果を示した時刻において、津波は、図-2 の浅い一様静水深領域を伝播している。ここで、Case A, B 及び D では、変位の大きな比較的短周期の成分のみならず、これに先行する、静水位より高い水位の

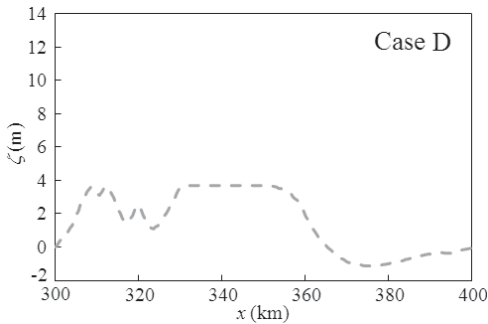
部分 (Case C の初期波形で除外した部分) も、浅水変形により峰の高さが徐々に増加し、数波に分裂している。また、時刻 $t = 8,000$, $9,000$ 及び $10,000$ s のいずれの時刻においても、Case A の津波高さ、すなわち、峰のピークの水位の最大値が、Case A ~ D の中で最



(a) Case A の初期波形から先行する引き波を形成する部分を削除した波形 (Case B)

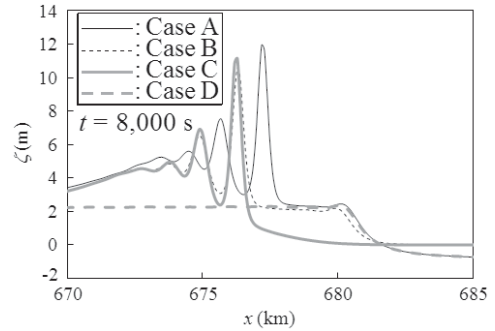


(b) Case A の初期波形から先行する引き波と比較的短周期の成分に先行する波を形成する部分を削除した波形 (Case C)

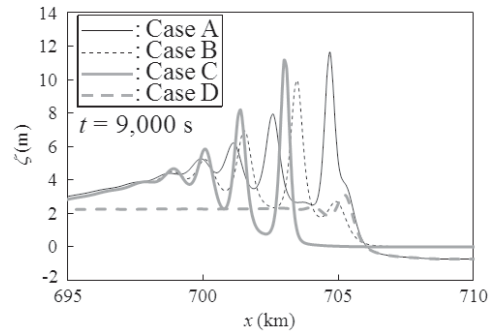


(c) Case A の初期波形から第 2 段階の水位上昇部を削除した波形 (Case D)

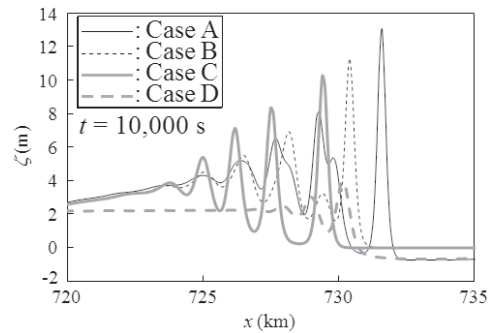
図-4 仮定された津波初期波形 (Case B ~ D)



(a) $t = 8,000$ s



(b) $t = 9,000$ s



(c) $t = 10,000$ s

図-5 図-3 及び 4 の津波初期波形に対する津波の各時刻における水面形の計算結果

も大きい。そして、Case A のピーク到達時刻が最も早くなっている。

Case B と Case C のピーク到達時刻は、時刻 $t = 8,000$ s では、ほぼ一致している。しかしながら、時刻 $t = 9,000$ s では、Case B の第 2～4 波が、Case C の対応する第 1～3 波にそれぞれ先行している。これは、Case B において、比較的短周期の成分の直前の水位が Case C より高く、このことが静水深を相対的に深くする効果として働き、波速がより大きくなるためであると考えられる。なお、Case B の第 5 波は、Case C の対応する第 4 波と位相にあまり違いがなく、Case B の波長が Case C よりも伸長したことがわかる。また、Case C の津波は、比較的短周期の成分に先行する、静水位より高い水位の部分を持たないため、その第 1～3 波は、Case B の対応する第 2～4 波よりも、谷の最低水位がそれぞれ低い。時刻 $t = 10,000$ s では、Case B の第 1, 3 及び 4 波が、Case C の対応する第 1～3 波よりも、それぞれ更に前方に位置している。

Case B と Case C の第 1 波の最高水位 ζ_{\max} を見ると、 $t = 9,000$ s までは、Case C の方が大きい。これは、Case B の方が、変位の大きな比較的短周期の成分の直前の水位が高く、これを静水位と考えると、相対的な波高が大きくないため、Case B において、浅水変形の効果があまり現れていないからである。これに対して、時刻 $t = 10,000$ s では、 ζ_{\max} は、Case B の方が Case C よりも大きくなっている。これは、 $t = 10,000$ s において、Case B の変位の大きな比較的短周期の成分の第 1 番目の波が、その直前に存在した部分から形成された波を追い抜いており、変位の大きな比較的短周期の成分の第 1 番目の波の直前の水位が低く、浅水変形の効果が大きく現れるようになったためである。

ここで注意すべきことは、Case A の津波は、変位がこれほど大きくない比較的短周期の成分が、Case D のような長周期波成分に重なって生じた波と異なるということである。すなわち、この比較的短周期の成分は、単独で

ζ_{\max} という最高水位を有する波である。これを模式的に表現するために、図-6 に示すような、比較的短周期の成分 P が長周期の成分 Q に追い付いて重なった状態である波 R と、初期水位 I が分離して生じた 2 波のうちの一の波である波 J とを考える。前者では、波 P 及び波 Q がソリトンの振る舞いをすると仮定すると、波 R の比較的短周期の成分が長周期の成分を追い抜いた後、比較的短周期の成分の最高水位は、元の波 P の最高水位程度になる。これに対して、後者では、波 J に含まれる、変位の大きな比較的短周期の成分は、その直前の部分を追い抜いても、その最高水位が波 J の最高水位からあまり変化しない。ここでは、この波 J に見られる現象が、Case A 及び B に現れている。

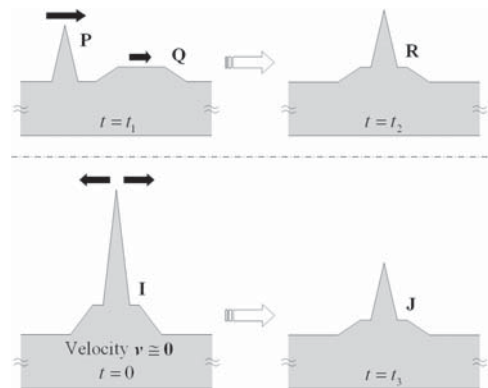


図-6 変位の大きな比較的短周期の成分を含む 2 種類の津波の模式図 (波 R は、波 P が波 Q に追い付いて重なった波である。他方、波 J は、津波初期波形 I が左右に分離したうちの、図の右方向に進行する波である。)

Case A の初期波形を見ると、Case D の初期波形に、比較的短周期の成分を形成する部分に乗っているように見えるが、この見方は、誤りであり、Case C の初期波形の全体が、短周期波成分を形成すると考える必要がある。そして、 ζ_{\max} という最高水位を有する比較的短周期の成分の直前の水位が比較的高い場合が、Case A 及び B の津波に見られ、このとき、静水位が高い状態であるとみなされ、浅水変形の効果による波高の増幅及び分

裂が現れにくい。

しかしながら、時刻 $t = 10,000$ s では、Case A 及び B とも、変位の大きな比較的短周期の成分の第 1 番目の波が、その前にあった部分から形成された峰を抜き去っており、直前の水位が低いいため、浅水変形の効果が現れやすくなっている。なお、変位の大きな比較的短周期の成分と、その前にあった部分から形成された分裂波とが重なるタイミングに依存して、津波の第 2 波が第 1 波よりも最高水位が高くなるといった状態が生じ得る。

他方、Case A と Case B を比較すると、Case A の方が第 1 波の最高水位 ζ_{\max} が大きい、この理由は、現時点で明確でない。ただし、Case A が引き波（この部分を p と呼ぶことにする。）から始まっており、Case A の、変位の大きな比較的短周期の成分 r の直前の部分 q の、更に前の部分 p の水位が比較的低く、そのため、部分 q の波高が相対的に大きくなっており、部分 q に浅水変形の効果が大きく現れている。こうした部分 q を比較的短周期の成分 r が抜いて行く過程において、何らかの理由で Case A の ζ_{\max} が大きくなっている。部分 p の影響が、q を介して r に及ぶのであれば、q の波長も、r の伝播に影響すると考えられる。

4. 津波初期波形の推定

実地形を対象とした津波の 1 次元伝播解析を行ない、図-1 に示す水面形をもたらす、津波波源域における初期水面形を試行錯誤により推定することを試みる。その際に、ここでは、次のような二つの仮定を設ける。

仮定 (1) : 津波が、岩手南部沖 GPS 波浪計の設置点近傍を通る北緯 $39^{\circ} 15' 58''$ の直線上を東から西に 1 次元的に伝播した。

仮定 (2) : 空間的に一様な速度の地変が、1 度だけ発生して、津波が生成された。

図-7 に、北緯 $39^{\circ} 15' 58''$ の直線上の海底地形を示す。ただし、この計算領域の岸側

(図の右方)を一様静水深 70 m の仮想域とし、ここに波の反射を防ぐための sponge layer を置く。また、側方境界に、Sommerfeld の放射条件を適用する。岩手南部沖 GPS 波浪計の設置点は、 $x = 478.7$ km の位置である。計算格子間隔及び計算時間間隔は、それぞれ、 $\Delta x = 100$ m 及び $\Delta t = 0.01$ s とする。

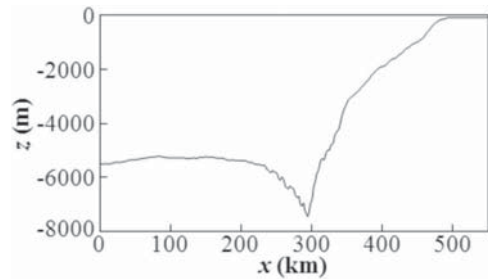


図-7 津波初期波形の推定のための計算対象領域の海底地形

初期水面形の推定は、次のような手順で行なう。

- (1) 津波が線形浅水波の波速で伝播したと仮定して、図-1 の潮位偏差 $\zeta(t)$ から、地震開始時刻 $t = t_0$ における津波波形を求め、Green の法則を用いて水位を調節する。すなわち、次式によって、水面変動 $\zeta_0(x)$ を求める。

$$\zeta_0(x) = \gamma \zeta(t) \quad (6)$$

$$t = \int_x^{x_{\text{GPS}}} \frac{dx}{\sqrt{gh(x)}} + t_0, \quad x_{\text{GPS}} = 478.7 \text{ km} \quad (7)$$

$$\gamma = (h_{\text{GPS}} / h(x))^{1/4}, \quad h_{\text{GPS}} = 204 \text{ m} \quad (8)$$

ここで、 $h(x) = -b(x)$ は、静水深であり、また、 x_{GPS} 及び h_{GPS} は、それぞれ、岩手南部沖 GPS 波浪計の設置点の位置及び静水深である。

- (2) 得られた $\zeta_0(x)$ の 2 倍の値を水面変動として有する波形を津波初期波形とする。
- (3) 津波初期波形を初期水面に与え、初期流速に至る所で 0 とし、津波の 1 次元伝播解析を行なう。

(4) 岩手南部沖 GPS 波浪計の設置点における水面変動の計算結果を図-1 に示した計測結果と比較する。

(5) 初期波形の補正を行ない、上記の (3) ~ (4) を繰り返して、計測結果をよく再現する津波初期波形を決定する。

こうして得られた津波初期波形を図-8 に示す。

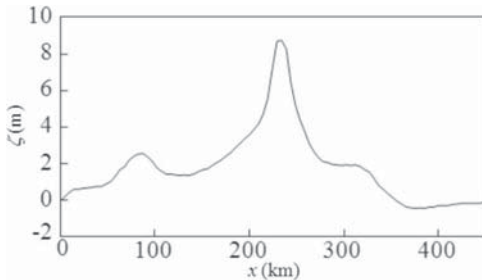


図-8 図-1 の水面変動から推定された津波初期波形

この津波初期波形を与えて 1 次元伝播解析を行なったときの、岩手南部沖 GPS 波浪計の設置点における水面変動の計算結果と計測結果を図-9 に示す。

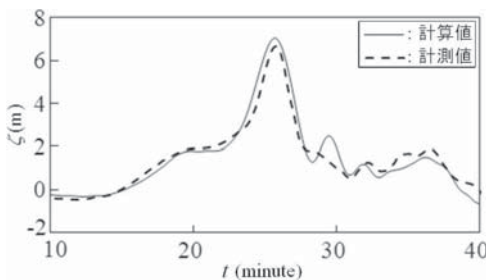


図-9 岩手南部沖 GPS 波浪計の設置点 ($x = 478.7$ km) における水面変動の計測結果¹⁾と図-8 に示す津波初期波形から生成される津波の計算結果

図-9 より、第 1 波のピークや位相がよく再現されていると言える。しかしながら、計算結果では、第 1 波のピーク背後に分裂波が発生し、これが図-9 において、時刻 $t = 30$ 分前後に見られるが、これは、計測結果に認

められない。この分裂波は、津波初期波形が前後に分離する際に生じ、伝播したものである。計算値と計測値にこうした差異が現れた原因の一つは、仮定 (1) を設けたことである。すなわち、津波の 2 次元伝播が考えられていないため、ここで対象とした伝播経路から外れた波減からの津波の伝播が否定されている。図-8 では、ピークが日本海溝よりも沖側に位置しているが、波源が、ここで対象とした伝播経路から外れた遠い位置にあったならば、津波初期波形のピークが日本海溝より沖側にある必要はない。ただし、実際には、前述した分裂波が発生していないので、ピーク部の波源がここで対象とした伝播経路から外れた遠い位置にあり、その地点からピーク部が、津波高さの比較的低い成分よりも遅れて伝播し、これらが重合して、GPS 波浪計設置点で 2 段階の水位上昇が計測されたと考えられる。このとき、GPS 波浪計設置点を通過した津波は、図-6 の上図に示した、2 波の重合の結果生じた波 R に相当することになる。

また、仮定 (2) では、地変が 1 度だけ生じたと規定されている。Ide *et al.*⁵⁾ は、異なる場所で、段階を経て地変が生じたことをすべり速度に基づき示しており、こうした結果を考慮して津波初期波形を推定する必要がある。例えば、柿沼³⁾ で示したような「場所を変えて起きる地変」が多段階で生じ、伝播中の津波が、再度、海底隆起に伴う水位上昇を受けたと考えると、海底の隆起域が日本海溝より岸側にあり、また、図-9 に見られる時刻 $t = 30$ 分前後の分裂波が生じない条件を見出すことが可能となる。

5. 結 論

波の非線形性と分散性を考慮し、モデル地形を対象として、津波の 1 次元伝播解析を行なった。変位の大きな比較的小周期の成分を含む津波では、その成分の直前の水位が静水位より高いと、相対的な峰の高さが低いため、浅水変形に伴う波高の増幅や波の分裂が現れにくく、また、波速が大きく、波長の伸長率

が高い。しかしながら、この比較的短周期の成分が、その直前にあった、静水位より水位の高い部分の波を抜き去ると、相対的な峰の高さが高くなり、浅水変形の効果が増大する。

また、引き波から始まる場合、すなわち、変位の大きな比較的短周期の成分の直前の部分の、更に前の部分の水位が静水位より低い場合、対象としたケースでは、比較的短周期の成分の最高水位が、引き波が先行しない場合と比べて高くなった。

更に、1次元の津波伝播と、1段階の地変を仮定し、岩手南部沖 GPS 波浪計が捉えた水面変動の計測値より、2011年東北地方太平洋沖地震津波の初期波形を推定した。その結果、第1波の波形をおおよそ再現できたが、解析結果では、計測値に見られない分裂波が現れ、また、ピーク部の波源域が、日本海溝より沖側に位置することとなった。これより、GPS 波浪計設置点では、より遠い波源から伝播したピーク部と、津波高さの比較的低い成分が重合していたこと、もしくは、地変が場所を変えて多段階で生じたことが推測される。

本研究が、文部科学省科学研究費補助金(基

盤研究(C)(21560544))による研究の一部であることを付記する。

参考文献

- 1) 河合弘泰・佐藤 真・川口浩二・関 克己：平成23年(2011年)東北地方太平洋沖地震津波の特性，港湾空港技術研究所報告，第50巻，第4号，pp. 3-63, 2011.
- 2) 柿沼太郎：透水性海浜における内部波の挙動の数値計算，海岸工学論文集，第48巻，pp.146-150, 2001.
- 3) 柿沼太郎：津波地震によってもたらされるであろう幾つかの地変形態と形成される津波の数値解析，津波工学研究報告，第23号，pp. 69-86, 2006.
- 4) Nakayama, K. and Kakinuma, T.: Internal waves in a two-layer system using fully non-linear internal-wave equations, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 62, pp. 574-590, 2010.
- 5) Ide, S., Baltay, A., and Beroza, G. C.: Shallow dynamic overshoot and energetic deep rupture in the 2011 M_w 9.0 Tohoku-Oki Earthquake, *Sciencexpress*, www.sciencexpress.org.