

津波数値計算における碎波モデル

岩瀬 浩之 *・今村 文彦 **

1. はじめに

2004 年 12 月 26 日に発生したスマトラ島沖地震 (M9.0) による津波の被害は、インド洋沿岸域で甚大に被害を与え、死者 30 万人を越える大規模な津波災害となった。内閣府の中央防災会議による東海地震および南海・東南海地震の津波による被害想定の公表以降、我が国における津波への防災対策が強化され、港湾における津波対策や各自治体による詳細な津波被害の想定やハザードマップ等の作成が進められている。今日、津波被害を予測するためにコンピュータを用いた数値計算は、欠かすことの出来ないツールとして、その地位を確立している。特に津波の来襲時間や津波高については、10%以下の誤差で再現が可能となっている (今村, 2000)。

1983 年の日本海中部地震で発生した津波では、青森県八森海岸にて、津波がソリトン分裂を起こし、約 15 トンもの消波ブロックを散乱し、最大週上高 15m を記録した。津波のソリトン分裂は、浅海域の非線形効果と波数分散効果が同程度のオーダーとなり、その相互干渉によって、津波先端が複数の波に分裂する現象である。分裂した各波は、波長は極端に短くなり、その波形曲率効果によって急激に水位を増すことが知られている。このような津波の現象を数値計算で再現するためには、細かい格子間隔と非線形分散長波式を支配方程式とした数値計算が必要となる。

一方で、増幅した分裂は、いずれは碎波により水位が減衰する。この碎波現象による水位減衰を再現しなければ、津波の陸上への週上高を過大に評価する恐れがあり、津波工学

にとって最も重要な陸上への浸水を精度良く計算することが難しい。

本研究は、非線形分散長波式による津波数値計算での碎波モデルの確立を目指すことを目的とし、水理実験との比較を通じて碎波モデルのキャリブレーションと波形精度を検証すると共に課題の抽出を行うものである。

2. 碎波の水理実験

水理実験は、碎波モデルを構築するために実施した水平床を伝播する孤立波を対象としたものと、構築された碎波モデルの適用と修正を目的とする一様斜面勾配を伝播する規則波を対象とした 2 つの実験である。

また、本研究で定義する碎波は、波峰点における水位の低下のみに着目しており、碎波形態については対象外として検討を進める。使用する支配方程式は、水深方向に鉛直積分したモデルであり、波形が多価となるような波形巻き波碎波 (plunging breaker) には適用が困難となるためである。

2.1 水平床を伝播する孤立波の実験

孤立波の実験に使用した実験装置は、図 - 1 に示すような高さ 0.8m、幅 0.5m、全長 22m の造波水路である。ソリトン分裂の促進と、波形変形を観測し易くするため、1/20 の斜面と水平床から成る水底を有している。実験条件の条件は、表 - 1 に示すように孤立波の波高、水平床部の水深を変化させた 10 ケースを対象とした。

2.2 一様斜面を伝播する規則波

規則波の実験に使用した実験装置は、図 - 1 に示すような高さ 0.8m、幅 0.5m、全長 22m の造波水路である。水底には 1/10 と 1/3

* エコー・東北大学大学院工学研究科

** 東北大学大学院工学研究科附属災害制御研究センター

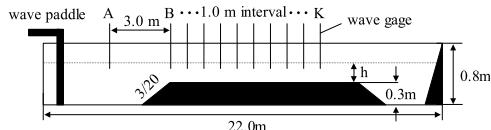


図-1 孤立波を対象とした実験装置

表-1 孤立波を対象とした実験条件

Case	<i>h</i> (cm)	<i>H₀</i> (cm)	<i>H_b</i> (cm)
01	10.0	4.12	8.12
02	10.0	4.50	8.91
03	10.0	4.82	9.70
04	10.0	5.28	9.95
05	11.0	4.06	8.63
06	11.0	4.42	9.42
07	11.0	4.76	9.57
08	11.0	5.20	9.06
09	12.0	4.81	9.40
10	12.0	5.14	9.99

の一定斜面勾配を有する。実験条件は、表-2 に示すように、入射波高と周期を変えた 4 ケースとした。

いずれの実験も、容量式波高計により水位の時系列を観測対象とする。また、孤立波の実験については、碎波点の水位を観測した。

3. 支配方程式

使用する支配方程式は、津波の浅海域におけるソリトン分裂の再現が可能な、非線形分散長波式 (Boussinesq 方程式系) とするが、分散項型の違いによる方程式の特性については、岩瀬ら (2002) の研究がある。特に、本研究で採用する 2 段階混合差分法では、水理実験との比較から Peregrin の式または Madsen-Sorensen の式 (1992) が最適であることを示している。津波波源域のように深海域までの範囲を考慮すれば、線形分散曲線を微小振幅理論の分散曲線に合うように修正した Madsen-Sorensen の式 (1992) の方が有利であると言える。ただし、河川や陸上への遡上計算では、分散項の係数が静止水深表現であるため、全水深表現や後藤の式 (1983) を利用するような工夫が必要となる。本研究

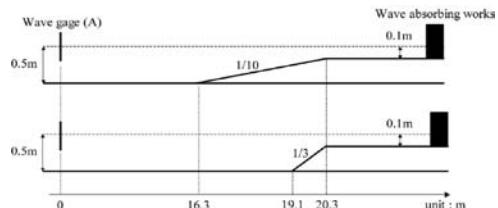


図-2 孤立波を対象とした実験装置

表-2 孤立波を対象とした実験条件

Slope	No.	<i>H</i> (cm)	<i>T</i> (s)	Breaking point
1/10	A100830	8.0	3.0	I (<i>h</i> =14.0cm)
	A101020	10.0	2.0	I (<i>h</i> =14.0cm)
1/3	B030622	6.0	2.2	I (<i>h</i> =13.3cm)
	B030822	8.0	2.2	I (<i>h</i> =13.3cm)

では、Madsen-Sorensen の式 (1992) を基本とし、碎波による運動量の減衰効果を考慮した以下の式を採用する。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ = \frac{2h^2}{5} \frac{\partial^3 M}{\partial t \partial x^2} + \frac{gh^3}{15} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + f_D \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 η は水位、 M は線流量、 h は静水深、 D は全水深、 g は重力加速度、 f_D は碎波に伴う運動量の減衰項である。

一方で、これら方程式では、碎波直前の急激な水位増幅が再現できないことも指摘されている (岩瀬ら, 2000)。特に碎波直前では、非線形効果と波数分散効果が卓越し、弱非線形・弱分散の式では適用性に限界があると思われる。今回は、碎点までの水位増幅を波峰点での運動量集中として捉え、負の拡散項によって人為的に水位を碎波波高まで増幅する処理を行っている。ただし、この方法は、物理的な根拠が乏しいため、今後の課題である。

4. 碎波モデル

Boussinesq 方程式系に適用された碎波モデルは、佐藤ら（1990）による碎波減衰係数や Wei ら（1995）による渦動粘性係数を利用した拡散型の減衰項の導入や Schaffer ら（1995）によるサーフェス・ローラー形成に伴う過剰運動量による考え方、平山・原（2002）による時間発展型 Bore モデルが挙げられる。津波の数値計算に適用された平面計算の例では、1993 年北海道南西沖地震津波を対象とした佐藤（1995）や 1983 年日本海中部地震津波を対象とした岩瀬ら（2002）の研究が挙げられる。これらモデルは、次式のように拡散型の減衰項で、渦動粘性係数 ν_e を利用したものである。

$$f_D = \nu_e \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \quad (3)$$

4.1 碎波条件

佐藤・鈴木（1995）は、碎波判定として水面における水粒子速度 u_s と波の位相速度 $C=(gD)^{1/2}$ が 0.4 以上を碎波と判定し、最も深い碎波点より浅い領域では一定値とした以下の式で渦動粘性係数 ν_e を与えた。

$$\nu_e = 3\sqrt{gh_{b\max}} \cdot h_{b\max} \quad (4)$$

ここで、 $h_{b\max}$ はその時刻における最も深い碎波点の水深である。

一方、岩瀬ら（2001）は、水平床を伝播する孤立波の水理実験から、図-3 に示すような碎波点波高 H_b と水深 h の関係を得た。

同図中に示す直線は、実験結果から原点を通過する直線として波高水深比の関係を示したものである。この値は、Longuet-Higgins ら（1974）によって求められた水平床上の孤立波に対する碎波条件 0.827 とほぼ一致する。今回行った水理実験の結果では、水深 $h=11\text{cm}$ を中心に、それ以上の水深では過小評価、それ以下の水深では過大評価となる傾

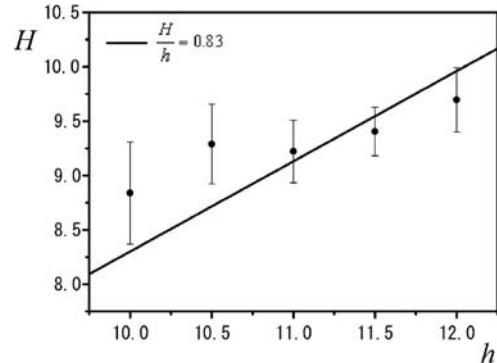


図-3 孤立波の碎波点における波高と水深の関係

向にあるが、ばらつきが見られるが平均的には波高水深比 0.83 で近似することができる。同様に、碎波による水位減衰が終了する点の波高水深比は、0.55 となっている。

碎波条件は、陸からによる反射波の影響も考慮し、佐藤（1995）と同様に水粒子の表面速度と波速の比として与えた方が都合良い。数値計算上における波高水深比と流速波速比の間には、以下の式が成り立っていることが確かめられている。

$$\frac{u_s}{C'} = 0.71 \frac{H}{h} \quad (5)$$

ここで、 C' は、孤立波の波速、

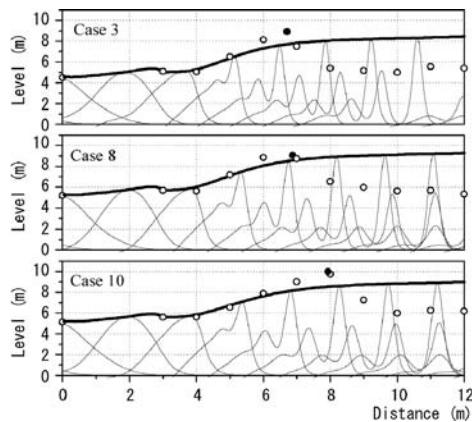
$$C' = \sqrt{gD} \left(1 + \frac{\eta}{2h} \right) \quad (6)$$

とする。水理実験から得られた波高水深比 0.83 を考慮する事により、式 (7) から流速波速比の碎波条件として 0.58 を得る。数値計算では波峰点の値として算出する。

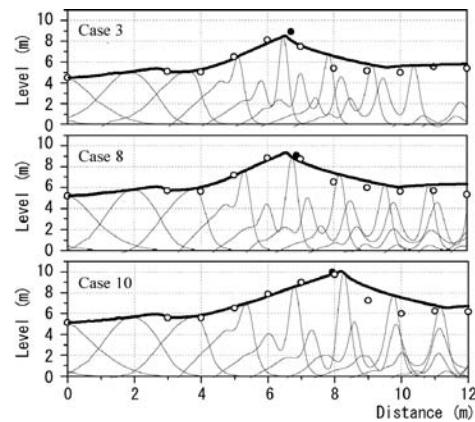
4.2 碎波による減衰範囲

渦動粘性係数 ν_e は、以下の様に定義し、碎波判定を行った波峰全体（ピーク点の前後の波谷まで）に空間的に与えている。

$$\nu_e = \alpha \sqrt{gD} \cdot \eta \quad (7)$$



(1) 碎波モデルなし



(2) 碎波モデルあり

図-4 水平床を伝播する孤立波を対象とした水理実験と数値計算との比較

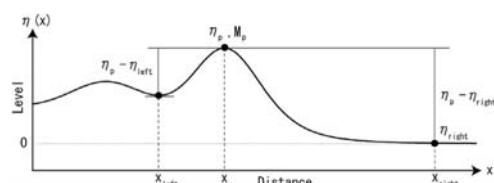
ここで、 α は水理実験との比較より 0.23とした。なお、碎波直前の増幅効果については、流速波速比が 0.43（波高水深比 0.60）以上で -0.10 を係数とする式 (7) と同型の渦動粘性係数を与えていた。

図-4 は、碎波モデルを考慮しない場合と本研究で提案した碎波モデルを考慮した場合の水理実験との比較を示したものである。白丸は各波高計における実験値の最大水位、黒丸は実験値の碎波波高を表す。直線は計算値の結果であり、太線は最大水位、細線は波形の空間分布を表している。図-5 の (1) より、碎波モデルなしでは、実験における碎波後の水位減衰を表現することが出来ず、計算値が実験値より過大評価となる。これは、碎波後の計算値の位相速度が、実験値よりも早くなることも意味している。一方、図-5(2) より、碎波モデルを考慮した場合では、碎波点位置で多少の前後は生じるもの、波高減衰の過程は良く表現できている。このように、碎波を発生するような津波を対象とする場合は、碎波現象後の波形変形や伝播速度に大きな影響を及ぼすため、碎波に伴う水位の減衰を精度良く再現することが重要となる。特に、津波による構造物への波力を考える場合には、碎波変形の過程を正しく再現しなければならない。

ところで、 η は孤立波を対象とする場合には、 η は常に正値を探るが、実際の津波では引き波から来襲等、伝播形態によって η の値は負値になる場合も考えられる。そこで、式 (7) 中の η を図-5 のように波峰点 x_p の右方の谷点 x_{right} を基準とした $\eta_p - \eta_{right}$ 、波峰点 x_p の左方の谷点と x_{left} を基準とした $\eta_p - \eta_{left}$ とし、波峰点における流速 M_p から前面部の波谷に相当する η' を利用する。

$$\eta' = \begin{cases} \eta_p - \eta_{right} & (M_p > 0) \\ \eta_p - \eta_{left} & (M_p < 0) \end{cases} \quad (8)$$

また、波峰点の左右では、 η' の基準点が異なるため、 η' の空間分布は不連続となる。この不連続性は、波峰点にて不要な反射波を生じさせる一因となるため、以下のように波峰点の前後範囲で連続的になるように定義を行う。

図-5 η' の定義

$M_p > 0$ の時,

$$\eta' = \eta_p - \eta_{right} \quad (x_p < x < x_{right})$$

$$\eta' = \frac{\eta - \eta_{left}}{\eta_p - \eta_{left}} \times (\eta_p - \eta_{right}) \quad (x_{left} < x < x_{pt}) \quad (9)$$

$M_p < 0$ の時,

$$\eta' = \frac{\eta - \eta_{left}}{\eta_p - \eta_{left}} \times (\eta_p - \eta_{right}) \quad (x_p < x < x_{right})$$

$$\eta' = \eta_p - \eta_{left} \quad (x_{left} < x < x_p) \quad (10)$$

図-6は、規則波の水位の空間波形（上図）と式(9)および式(10)によって定義された η' による渦動粘性係数の空間分布（下図）を示したものである。図-6(1)より碎波前では碎波モデルは作用せず水位は増幅する。図-6(2)および(3)より流速波速比が碎波条件を越えると渦動粘性係数の空間分布が算出され、その大きさに伴う碎波減衰項が考慮され、運動量の低下に伴い水位は減衰する。図-6(4)より流速波速比が碎波条件を下回ると碎波モデルが考慮されず、水位はそれ以上低減しない。

5. 実験値との比較

提案した碎波モデル（碎波条件および渦動粘性係数）の検証を行うため、一様勾配の水深を伝播する規則波との水位時系列の比較を行う。なお、一様斜面上の伝播であることから、数値計算で使用する式(2)に水深勾配を含む分散項を追加して計算を行った。なお、本実験における規則波の碎波形態は、全て巻き波碎波に近いものであった。

図-7は、一様勾配1/10における入射波高8.0cm、周期3.0sおよび入射波高10.0cm、周期2.0sの規則波の実験との比較を行ったものである。比較点は碎波後の水深14cm（ $x=27.90m$ 、斜面上）と水深10cm（ $x=28.60m$ 、水平床上）である。いずれの入射条件でも碎波モデルを考慮していない計算結果（点線）

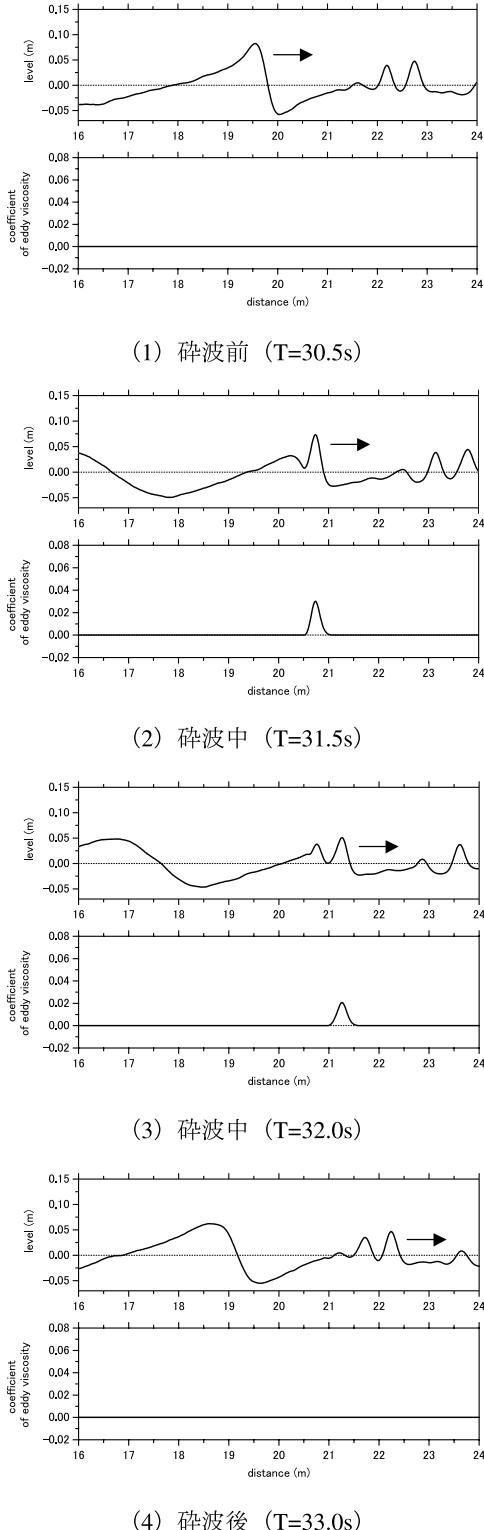


図-6 水位と渦動粘性係数の空間分布

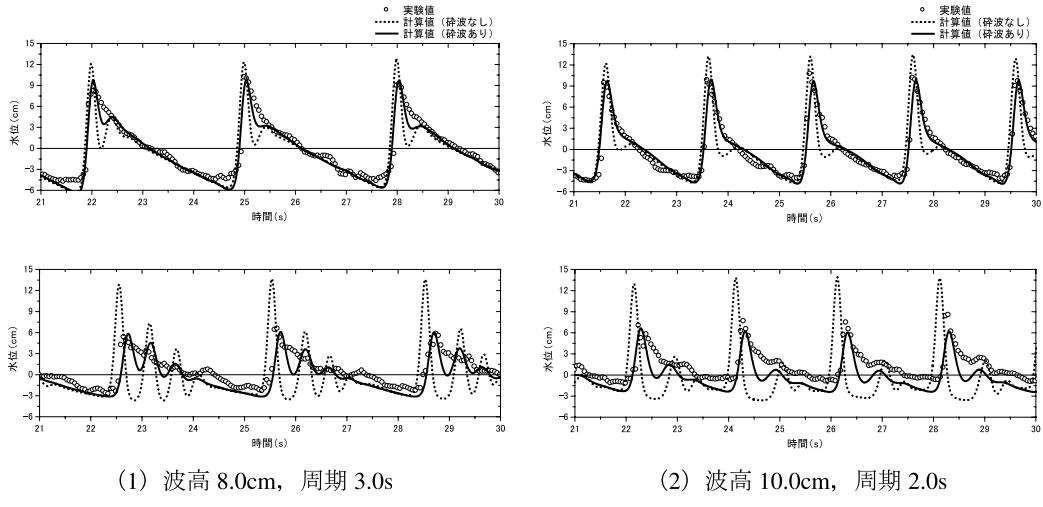


図-7 一様勾配 1/10 を伝播する規則波の比較（上図：水深 14cm, 下図：水深 10cm）

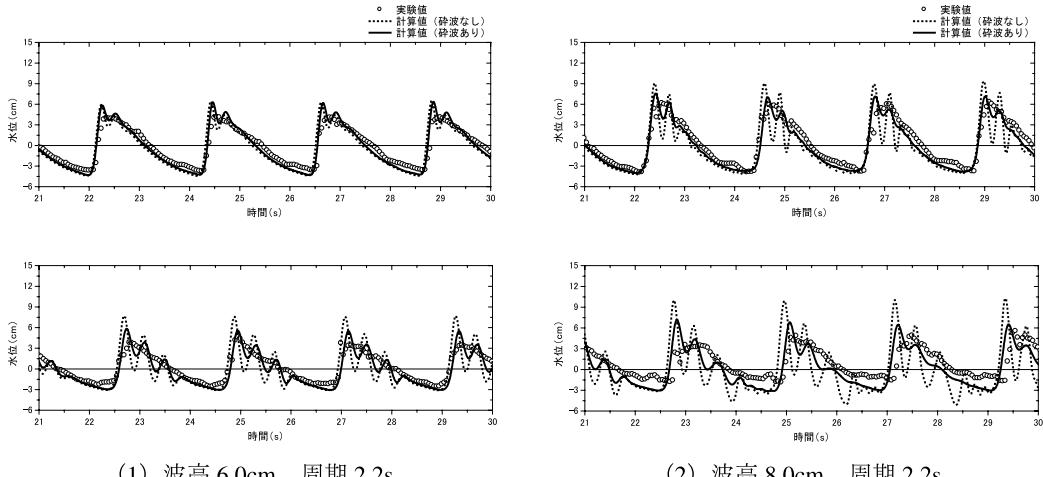


図-8 一様勾配 1/3 を伝播する規則波の比較（上図：水深 10cm, 下図：水深 10cm）

は、水理実験に比べ水位が過大評価となる。一方、碎波モデルを考慮した計算値（実線）は、碎波モデルの効果により水位が減衰する。波高 8.0cm、周期 3.0s のケースでは、碎波後近傍である $x=27.90\text{m}$ の地点の水位および位相は、実験値と計算値は良く一致している。碎波点から遠い $x=28.60\text{m}$ の地点でも分裂波の形状が過大となる傾向があるが水位と位相に大きな差異はない。また、波高 10.0cm、周期 2.0s のケースでは、碎波後近傍の水深 14cm 地点の水位および位相は、実験値と計算値は良く一致している。碎波点から遠い水

深 10cm 上では、計算値における分裂第 1 波と第 2 波の間の波谷が実験値にくらべ大きく表現されている。計算値の水位は実験値より過小評価であり、碎波モデルの効果が効き過ぎていると考えられる。

図-8 は、一様勾配 1/3 における入射波高 6.0cm、周期 2.2s および入射波高 8.0cm、周期 2.2s の規則波の実験との比較を行ったものである。比較点はいずれも碎波後の水深 10cm ($x=28.50\text{m}$ および $x=28.90\text{m}$, 水平床上) である。波高 6.0cm、周期 2.2s のケースでは、碎波後近傍である $x=28.50\text{m}$ の地点の水位は

過大評価となる。碎波点から遠い $x=28.90\text{m}$ の地点でも計算値の水位は実験値より過大評価となり、位相もやや速く、分裂波の形状も過大となる。また、波高 8.0cm 、周期 2.2s のケースでは、碎波後近傍の水深 10cm 地点の水位はやや過大評価となる。碎波点から遠い水深 10cm 上でも、計算値の水位は過大評価となり、位相も速く、分裂波の形状も過大となる。

一様勾配 $1/3$ の場合は一様勾配 $1/10$ に比べ碎波後の水位が過大評価される傾向にある。これは、一様勾配 $1/3$ の碎波形態が、一様勾配 $1/10$ に比べほぼ巻き波碎波に近い形状で碎波を起こすため、実験値では急激に水位が低下したものである。今回提案している碎波モデルでは、この表現が上手く再現できていなものと考えられる。

6. おわりに

非線形分散長波式による津波の数値計算における碎波モデルの構築を目的に、水理実験による碎波モデルのキャリブレーションから得られた碎波モデルを、一様勾配斜面上を伝播する規則波に適用し、水理実験との比較を通じて、モデルの検証を行った。提案した計算モデルでは、斜面勾配が $1/10$ 程度であれば碎波後の分裂第1波の水位と位相は実験と良く一致することが確かめられた。しかしながら、斜面勾配が $1/3$ 程度の急勾配となると、碎波形態が巻き波碎波となるため、急激な水位低下を表現することはできなかった。なお、いずれの結果でも計算値の分裂第2波以降では分裂が過剰となる。分裂第1波による碎波形態は、巻き波碎波に近い形態であることから、碎波による水面形の乱れが第2波以降の後続する分裂波に大きく影響を及ぼしているものと思われる。

謝 辞

本研究で使用した水理実験のデータの一部は、独立行政法人港湾空港技術研究所波浪研究室が実施した実験結果を提供して頂いたものである。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 岩瀬浩之・竹田勝博・後藤智明 (2000) : ソリトン分裂波の増幅機構と数値計算の誤差特性、海岸工学論文集、第47卷、pp.21-35。
- 岩瀬浩之・見上敏文・後藤智明。藤間功司 (2002) : 津波の伝播計算を対象とした非線形分散長波式の比較、土木学会論文集、No.705/ II -59, PP.129-138。
- 岩瀬浩之・藤間功司・見上敏文・柴木秀之・後藤智明 (2002) : 波数分散効果を考慮した日本海中部地震津波の週上計算、海岸工学論文集、第49卷、pp.266-270。
- 佐藤慎司・鈴木秀典 (1990) : 碎波帶における底面流速変動波形の評価法、海岸工学論文集、第37卷、pp.51-55。
- 佐藤慎司 (1995) : 波の分裂と碎波を考慮した津波の数値計算、海岸工学論文集、第42卷、pp.376-380。
- 平山克也・原信彦 (2002) : 時間領域の疑似段波モデルに基づく碎波モデルの開発、海岸工学論文集、第49卷、pp.121-125。
- Peregrine, D. H. (1966) : Long waves on a beach, J. F. M., Vol.27, pp.393-400.
- Madsen, P. A. and Sorensen O. R. (1992) : A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, Part 2, A slowly-varying bathymetry, coastal eng., Vol.18, pp.183-204.
- Longuet-Higgins, M. S. and Fenton, J. D. (1974) : On the mass, momentum, energy and circulation of a solitary wave, Proc. Royal Soc. London, A333, PP.1-13.
- Schaffer, H. A., P. A. Madsen and R. Deigaard (1996) : A Boussinesq model for waves breaking in shallow water, Coastal Engineering, vol.20, pp.185-202.
- Wei, G., J. T. Kirby and H. Mase (1995) : Implementaion of eddy viscosity models in a time-domain Boussinesq wave model, Proc. 10th ASCE Mech. Special Conf., ASCE, pp.1247-1250.