

## 海嶺上を伝播する津波の挙動特性に関する理論的研究

越村 俊一<sup>1)</sup>・今村 文彦<sup>1)</sup>・首藤 伸夫<sup>2)</sup>

## 1. はじめに

津波は、その発生から海岸に来襲するまで海底地形の影響を大きく受け、伝播経路を様々に変化させる。特に遠地津波の場合には伝播距離が長いために、観測される波形には伝播経路上にある海底地形の影響が大きく現れ、時としてその伝播特性の複雑さが津波の予測を困難にすることがある。

津波の伝播に影響を与える大規模な海底地形の代表的なものに大陸棚、島弧、礁、海嶺が挙げられる。これらの海底地形は津波の周期および入射角度により境界波を励起し、エネルギーを拘束するといわれている。大陸棚を伝播する津波の挙動特性については、既往の研究成果により多くの知見が得られている。また島周りを伝播する津波の捕捉現象や挙動特性に関しても、例えば藤間らの一連の研究〔藤間ら(1994, 1995, 1998)〕により解明されている。また、李ら(1997)は屈折現象に着目し、日本海に存在する大和礁が津波の伝播特性に与える影響や数値計算における適切な空間格子サイズについて検討を行っている。

一方、海嶺上を伝播する津波の挙動特性に関してはBuchwald (1968), Mei (1982), 越村ら(1997)が単純な矩形断面のモデルを用いて理論的研究を行っており、海嶺による津波の導波効果や海嶺上において励起される共振現象の発生条件等に関しての知見が得られている。しかし現時点において、海嶺に入射した津波の伝播特性が入射波の波長・周期や海

嶺の地形に対してどのように変化するのか、また海嶺上に励起される境界波がどのような挙動特性をもつのかは十分には分かっていない。

このような海底地形上を伝播する津波の挙動特性を検討するには、一般に以下の2つの方法が考えられよう。

① 実在する海底地形を対象とし、一般的な数値計算手法を用いる。得られた数値解に基づき対象領域における津波の伝播特性を検討する。

② 単純化したモデル地形を対象とし、その地形上を伝播する津波の挙動特性を表す解を理論的に求める。得られた理論解から一般的な伝播特性を検討する。前者の方法は、比較的容易に解を求めることができるという利点がある。しかしその際、高精度な数値解を得るためには十分に細かい空間格子が必要であると言われているが、いったいどれ程細かくすればよいかは分からない。また実地形を対象とするために、得られる数値解は他の様々な要因を内包しており、対象領域を伝播する津波の基本的な挙動特性の検討が難しい。これに対し後者の方法は、得られる理論解に基づき、対象としている現象に関して厳密な議論ができるという利点を有するものの、既往の研究による理論解ではその地形モデルの実際問題への適用性に問題がある。

このような背景から本研究では、②の方針に基づき、海嶺上を伝播する津波の新たな理論解を導出する。ここでは、実際の地形形状に近い一様勾配斜面と水平床とで構成される新たな地形モデルを採用する。得られた理論解から海嶺を透過する波、反射する波、そして海嶺上に励起される境界波の基本的な挙動特性を検討し、実現象との比較を行うことに

<sup>1)</sup> 東北大学大学院工学研究科災害制御研究センター

<sup>2)</sup> 岩手県立大学総合政策学部総合政策学科

より本理論解の適用性を示す。

## 2. 理論解の導出

### 2.1 支配方程式と基本解

いま、図-1に示すような問題を考える。すなわち、一様勾配斜面と水平床との組合せで表現される海嶺は  $y$  方向に無限に連続しているとし、入射波は領域  $r1$  において無限遠から海嶺に対し  $\theta_0$  の角度で入射する。ただし座

標系は数学的取り扱いの容易さのために、図-2に示すように2つの領域に分けた座標系を用いる。実際、海嶺は比較的水深の深い大洋部に存在するため、この地形上を伝播する津波は非線形性等の影響は小さいと考えられ、また地球の自転による影響は小さいと仮定し [例えば Buchwald, 1968], 支配方程式として式 (1. a, b) に示す線形長波理論を採用する。

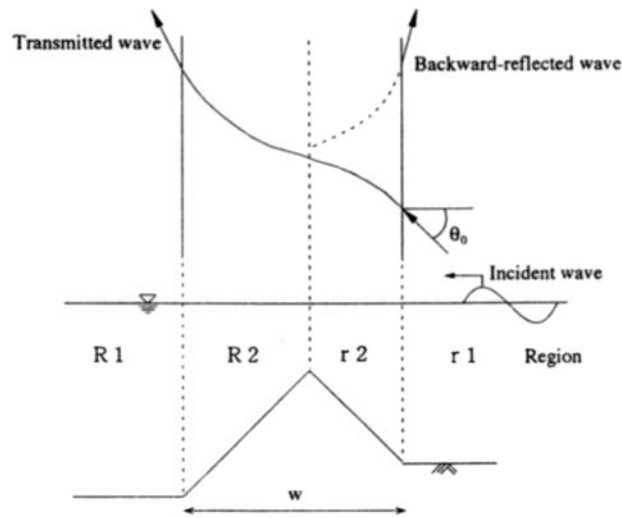


図-1 本研究で採用する海嶺モデルと問題の概略

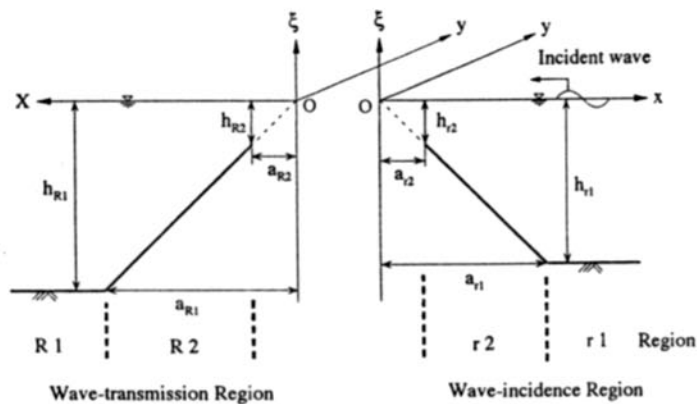


図-2 理論解析に用いる座標系

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ gh(x) \frac{\partial \xi}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ gh(x) \frac{\partial \xi}{\partial y} \right\} \quad (1.a)$$

$$\frac{\partial^2 \xi_R}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial X} \left\{ gh(X) \frac{\partial \xi_R}{\partial X} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ gh(X) \frac{\partial \xi_R}{\partial y} \right\} \quad (1.b)$$

$\xi$  は静水面からの水位で、水深  $h$  は領域により式 (2. a, b) によって定義する。

$$h(x) = \begin{cases} h_{r1} & (x \geq a_{r1}) \\ sx & (0 \leq a_{r2} \leq x \leq a_{r1}) \end{cases} \quad (2.a)$$

$$h(X) = \begin{cases} sX & (0 \leq a_{R2} \leq X \leq a_{R1}) \\ h_{R1} & (X \geq a_{R1}) \end{cases} \quad (2.b)$$

式中の添字はそれぞれの領域を表す。すなわち、図-2の右側の座標系に関してはアルファベット  $r$  で表し、水平床・斜面の区別は数字で表す (1 は水平床, 2 は斜面)。同様に、左側の座標系に関してはアルファベット  $R$  で表す。また以下の理論展開で用いられる記号、添字の定義は表-1に示す。

波動運動は周期的であると仮定すると、水平床上の解は式(3), (4)で表される。式(3)が領域  $r1$  における解であり、| | 内第1項は1の振幅をもつ入射波成分、第2項は入射波とは逆方向に進む後退波(反射波)成分を表す。式(4)は領域  $R1$  の解であり海嶺を透過す

表-1 本研究で使用した記号の定義

A, C	領域 $r1, R1$ の解の複素振幅
$b_r, B_r$	領域 $r2$ の解の複素振幅
$b_R, B_R$	領域 $R2$ の解の複素振幅
$x, X, y$	各領域の座標系 (図-2を参照)
$h$	水深
$\xi$	静水面からの水位
$i$	虚数単位
$\xi$	静水位からの水面変動
$g$	重力加速度
$a_{r1}$	原点から領域 $r1$ の斜面端部までの距離
$a_{r2}, a_{R2}$	原点から斜面頂部までの距離
$a_{R1}$	原点から領域 $R1$ の斜面端部までの距離
$\epsilon_1$	海嶺の地形パラメータ ( $= a_{r2}/a_{r1}$ )
$\epsilon_2$	海嶺の地形パラメータ ( $= a_{R1}/a_{r1}$ )
$w$	海嶺の幅
$s$	斜面の傾斜
$\alpha_{r1}, \alpha_{R1}$	領域 $r1, R1$ における $x, X$ 方向の波数
$\beta$	$y$ 方向の波数 (全領域)
$\omega$	角周波数
$L_0$	入射波の波長
$\theta_0$	入射角
$M, U$	合流型超幾何関数
$\lambda_r, \lambda_R$	入射条件・地形条件を表すパラメータ (式(11)を参照)

る成分を表す。A, Cはそれぞれ複素振幅である。

$$\xi_{r1} = \left\{ e^{-i\alpha_{r1}x} + A e^{i\alpha_{r1}x} \right\} e^{i(\beta y - \omega t)} \quad (3)$$

$$\xi_{R1} = \left\{ e^{i\alpha_{R1}x} \right\} e^{i(\beta y - \omega t)} \quad (4)$$

一方、斜面上の解は越村ら(1998)の理論を拡張することにより、領域  $r2$ ,  $R2$  に関してそれぞれ式(5), (6)で得られる(詳細は付録を参照)。

$$\xi_{r2} = \left\{ b_r M(-\lambda_r, l; 2\beta x) + B_r U(-\lambda_r, l; 2\beta x) \right\} e^{i(\beta y - \omega t)} \quad (5)$$

$$\xi_{R2} = \left\{ b_R M(-\lambda_R, l; 2\beta x) + B_R U(-\lambda_R, l; 2\beta x) \right\} e^{i(\beta y - \omega t)} \quad (6)$$

係数  $b_r$ ,  $B_r$ ,  $b_R$ ,  $B_R$  は複素振幅である。ここで関数  $M$ ,  $U$  は合流型超幾何関数であり、それぞれ式(7), (8)で表される。

$$M(-\lambda, l; z) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\lambda!}{(k!)^2 (\lambda - k)!} \cdot z^k \quad (7)$$

$$U(-\lambda, l; z) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\lambda!}{(k!)^2 (\lambda - k)!} \cdot z^k \cdot \log z + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k$$

$$\frac{\lambda!}{(k!)^2 (\lambda - k)!} \cdot \left( \sum_{r=0}^{k-1} \frac{1}{r - \lambda} - \sum_{r=1}^k \frac{2}{r} \right) \cdot z^k \quad (8)$$

関数  $M$  は無限遠 ( $x, X = \infty$ ) において、関数  $U$  は原点 ( $x, X = 0$ ) において特異点をそれぞれ有している。この関数の例を図-3に示す。図の横軸は水平距離  $x$  に  $y$  方向の波数  $\beta$  をかけて無次元化したものをとっており、縦軸はそれぞれの関数に  $e^{-\beta x}$  をかけた値をとっている。図-3からも分かるように、合流型超幾何関数  $M$ ,  $U$  の性質は次式で示されるパラメータ  $\lambda$  の値に大きく依存している。

$$\lambda = \lambda_r = \lambda_R = \frac{\omega^2}{2g\beta s} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{a_{r1}}{L_0} \cdot \frac{2\pi}{\sin \theta_0} - 1 \right) \quad (9)$$

式(9)は角周波数  $\omega$  と  $y$  方向の波数  $\beta$  との関係を示した分散関係式であると同時に、 $\lambda$  が斜面長と入射波波長の比  $a_{r1}/L_0$ , 入射角  $\theta_0$  といった入射条件・地形条件の関数として表されることを示している。入射側の斜面長  $a_{r1}$  は海嶺幅  $w$  を用いて、

$$a_{r1} = \frac{w}{1 + \varepsilon_2 - 2\varepsilon_1} \quad (10)$$

と書き換えられ、 $\lambda$  は海嶺幅と入射波波長の比  $w/L_0$  及び入射角  $\theta_0$  の関数として次式のように表されることから斜面上の解の性質は海嶺の地形特性 ( $w$ ) や入射波の条件 ( $L_0, \theta_0$ ) に大きく依存することが分かる。

$$\lambda = \lambda_r = \lambda_R = \frac{1}{2} \left\{ \frac{w}{L_0 (1 + \varepsilon_2 - 2\varepsilon_1)} \cdot \frac{2\pi}{\sin \theta_0} - 1 \right\} \quad (11)$$

## 2.2 境界条件

境界条件は4つの領域の境界において設定する。各境界における水位と流量の連続条件を考えると、境界条件式は以下の6式で与えられる。

$$\xi_{r1} \Big|_{x=a_{r1}} = \xi_{r2} \Big|_{x=a_{r1}} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \xi_{r1}}{\partial x} \Big|_{x=a_{r1}} = \frac{\partial \xi_{r2}}{\partial x} \Big|_{x=a_{r1}} \quad (13)$$

$$\xi_{r2} \Big|_{x=a_{r2}} = \xi_{R2} \Big|_{x=a_{r2}} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \xi_{r2}}{\partial x} \Big|_{x=a_{r2}} = \frac{\partial \xi_{R2}}{\partial x} \Big|_{x=a_{r2}} \quad (15)$$

$$\xi_{R2} \Big|_{x=a_{R2}} = \xi_{R1} \Big|_{x=a_{R2}} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \xi_{R2}}{\partial x} \Big|_{x=a_{R2}} = \frac{\partial \xi_{R1}}{\partial x} \Big|_{x=a_{R2}} \quad (17)$$

求めるべきものはそれぞれの解における複素振幅であるから、式(3)から(6)の解を上境界条件式に代入し6元連立方程式を解けばよい。その結果、解の複素振幅は次式のように求められる。

$$A = \left\{ \frac{2i(f_1 \Theta + g_1)}{i(f_1 \Theta + g_1) - \frac{\beta}{\alpha_{r1}} (F_1 \Theta + G_1)} \right\} \cdot e^{-2\alpha_{r1} a_{r1}} \quad (18)$$

$$b_r = \frac{2i e^{-i\alpha_{r1} a_{r1}}}{i(f_1 \Theta + g_1) - \frac{\beta}{\alpha_{r1}} (F_1 \Theta + G_1)} \quad (19)$$

$$B_r = \frac{2i e^{-i\alpha_{r1} a_{r1}}}{i(f_1 \Theta + g_1) - \frac{\beta}{\alpha_{r1}} (F_1 \Theta + G_1)} \quad (20)$$

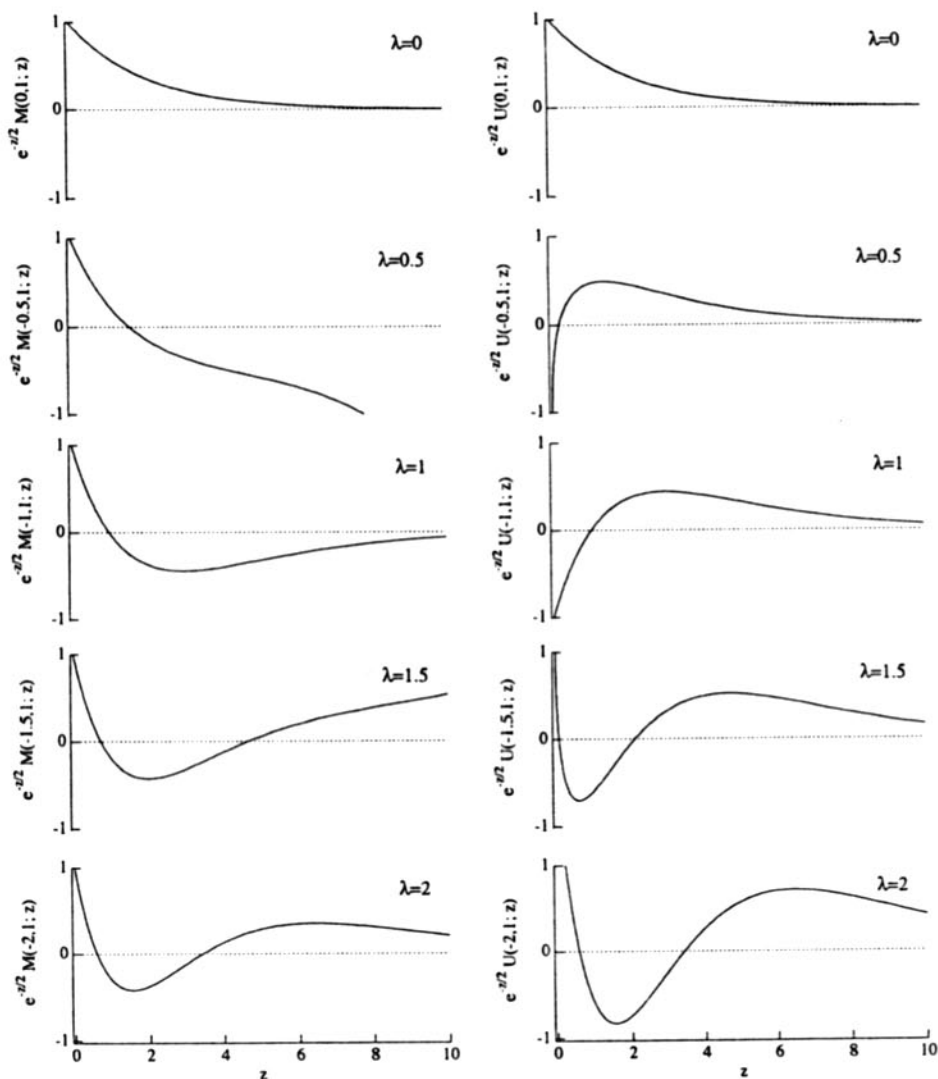


図-3 合流型超幾何関数の例 左： $e^{-z/2}M(-\lambda, 1; z)$ , 右： $e^{-z/2}U(-\lambda, 1; z)$

$$b_R = \frac{(b_r f_2 + B_r g_2)\Omega}{f_3 \Omega + g_3} \quad (21)$$

$$B_R = \frac{b_r f_1 + B_r g_1}{f_3 \Omega + g_3} \quad (22)$$

$$C = (b_R f_4 + B_R g_4) e^{-\alpha a_1 a_2} \quad (23)$$

ここで、

$$f_1 = e^{-\beta a_1} M(-\lambda, 1; 2\beta a_{r1}) \quad (24)$$

$$g_1 = e^{-\beta a_1} U(-\lambda, 1; 2\beta a_{r1}) \quad (25)$$

$$F_1 = e^{-\beta a_1} \{-M(-\lambda, 1; 2\beta a_{r1}) - 2\lambda M(1 - \lambda, 2; 2\beta a_{r1})\} \quad (26)$$

$$G_1 = e^{-\beta a_1} \{-U(-\lambda, 1; 2\beta a_{r1}) + 2\lambda U(1 - \lambda, 2; 2\beta a_{r1})\} \quad (27)$$

$$f_2 = e^{-\beta a_2} M(-\lambda, 1; 2\beta a_{r2}) = e^{-\beta \epsilon_1 a_1} M(-\lambda, 1; 2\beta \epsilon_1 a_{r1}) \quad (28)$$

$$g_2 = e^{-\beta a_2} U(-\lambda, 1; 2\beta a_{r2}) = e^{-\beta \epsilon_1 a_1} U(-\lambda, 1; 2\beta \epsilon_1 a_{r1}) \quad (29)$$

$$F_2 = e^{-\beta a_2} \{-M(-\lambda, 1; 2\beta a_{r2}) - 2\lambda M(1 - \lambda, 2; 2\beta a_{r2})\} \\ = e^{-\beta \epsilon_1 a_1} \{-M(-\lambda, 1; 2\beta \epsilon_1 a_{r1}) - 2\lambda M(1 - \lambda, 2; 2\beta \epsilon_1 a_{r1})\} \quad (30)$$

$$G_2 = e^{-\beta a_{r1}} \{-U(-\lambda, 1; 2\beta a_{r2}) + 2\lambda U(1 - \lambda, 2; 2\beta a_{r2})\}$$

$$= e^{-\beta \varepsilon_1 a_{r1}} \{-U(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_1 a_{r1}) + 2\lambda U(1 - \lambda, 2; 2\beta \varepsilon_1 a_{r1})\} \quad (31)$$

$$f_3 = e^{-\beta a_{r2}} M(-\lambda, 1; 2\beta a_{r2}) = e^{-\beta \varepsilon_2 a_{r1}} M(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_2 a_{r1}) = f_2 \quad (32)$$

$$g_3 = e^{-\beta a_{r2}} U(-\lambda, 1; 2\beta a_{r2}) = e^{-\beta \varepsilon_2 a_{r1}} U(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_2 a_{r1}) = g_2 \quad (33)$$

$$F_3 = e^{-\beta a_{r2}} \{-M(-\lambda, 1; 2\beta a_{r2}) - 2\lambda M(1 - \lambda, 2; 2\beta a_{r2})\}$$

$$= e^{-\beta \varepsilon_2 a_{r1}} \{-M(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_2 a_{r1}) - 2\lambda M(1 - \lambda, 2; 2\beta \varepsilon_2 a_{r1})\} = F_2 \quad (34)$$

$$G_3 = e^{-\beta a_{r2}} \{-U(-\lambda, 1; 2\beta a_{r2}) + 2\lambda U(1 - \lambda, 2; 2\beta a_{r2})\}$$

$$= e^{-\beta \varepsilon_2 a_{r1}} \{-U(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_2 a_{r1}) + 2\lambda U(1 - \lambda, 2; 2\beta \varepsilon_2 a_{r1})\} = G_2 \quad (35)$$

$$f_4 = e^{-\beta a_{r1}} M(-\lambda, 1; 2\beta a_{r1}) = e^{-\beta \varepsilon_1 a_{r1}} M(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_1 a_{r1}) \quad (36)$$

$$g_4 = e^{-\beta a_{r1}} U(-\lambda, 1; 2\beta a_{r1}) = e^{-\beta \varepsilon_1 a_{r1}} U(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_1 a_{r1}) \quad (37)$$

$$F_4 = e^{-\beta a_{r1}} \{-M(-\lambda, 1; 2\beta a_{r1}) - 2\lambda M(1 - \lambda, 2; 2\beta a_{r1})\}$$

$$= e^{-\beta \varepsilon_1 a_{r1}} \{-M(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_1 a_{r1}) - 2\lambda M(1 - \lambda, 2; 2\beta \varepsilon_1 a_{r1})\} \quad (38)$$

$$G_4 = e^{-\beta a_{r1}} \{-U(-\lambda, 1; 2\beta a_{r1}) + 2\lambda U(1 - \lambda, 2; 2\beta a_{r1})\}$$

$$= e^{-\beta \varepsilon_1 a_{r1}} \{-U(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_1 a_{r1}) + 2\lambda U(1 - \lambda, 2; 2\beta \varepsilon_1 a_{r1})\} \quad (39)$$

$$\Omega = -\frac{ig_4 - (\beta/\alpha_{R1})G_4}{if_4 - (\beta/\alpha_{R1})F_4} \quad (40)$$

$$\Theta = -\frac{G_2 - \left(\frac{F_3\Omega + G_1}{f_3\Omega + g_3}\right) \cdot g_2}{F_2 - \left(\frac{F_3\Omega + G_1}{f_3\Omega + g_3}\right) \cdot f_2} \quad (41)$$

である。また、上式における無次元波数  $\beta a_{r1}$  を式(10)を用いて次式のように書き換える。

$$\beta a_{r1} = \left(\frac{2\pi}{L_0} \cdot \sin \theta_0\right) \cdot a_{r1} = \frac{2\pi \sin \theta_0}{(1 + \varepsilon_2 - 2\varepsilon_1)} \cdot \frac{w}{L_0} \quad (42)$$

さらに、式(40)中の波数の比  $\beta/a_{R1}$  は次式のように書き換えられる。

$$\frac{\beta}{\alpha_{R1}} = \frac{\beta a_{r1}}{\alpha_{R1} a_{r1}} = \frac{\beta a_{r1}}{\sqrt{\left(\frac{a_{r1}}{\sqrt{\varepsilon_2}} \cdot \frac{2\pi}{L_0}\right)^2 - (\beta a_{r1})^2}} \quad (43)$$

式(10)と式(42)から式(43)は最終的に

$$\frac{\beta}{\alpha_{R1}} = \frac{\sin \theta_0}{\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_2} - \sin^2 \theta_0}} \quad (44)$$

となる。

解の複素振幅は以下の手順により計算できる。

- ① 地形パラメータ  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  を決定する。
- ② 海嶺の幅と入射波波長の比  $w/L_0$  と入射角  $\theta_0$  を決定する。
- ③  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, w/L_0, \theta_0$  から  $\lambda$  の値を計算する。
- ④ 式(42), (44) から  $\beta a_{r1}, \beta/\alpha_{R1}$  の値を計算する。
- ⑤ 式(24)～式(41)を計算し、複素振幅の値を求める。

以下では海嶺上を伝播する津波の特性を上述の理論展開で得られた複素振幅の変化特性に着目して検討を行う。すなわち、後退波成分に関しては式(18)に基づき複素振幅  $|A|$  の値を、透過波成分に関しては式(23)に基づき  $|C|$  の値を様々な入射条件・地形条件に応じて求める。 $|A|, |C|$  の値はそれぞれ海嶺に入射した津波の反射率、透過率と解釈して差し支えないであろう。一方、領域  $r_2, R_2$  の斜面上の解は場所によりその値は異なるために、頂部 ( $x = a_{r2}$  あるいは  $X = a_{R2}$ ) における波高の絶対値を海嶺上の津波の増幅率  $\Gamma$  として議論を進めることとする。増幅率  $\Gamma$  の定義は次式に示す。

$$\Gamma = \text{Abs} \left[ \varepsilon_2 |_{x=a_{r1}} \right] \cdot \text{Abs} \left[ b_r M(-\lambda, 1; 2\beta a_{r2}) + B_r U(-\lambda, 1; 2\beta a_{r2}) \right]$$

$$= \text{Abs} \left[ \varepsilon_2 |_{x=a_{r1}} \right] \cdot \text{Abs} \left[ b_R M(-\lambda, 1; 2\beta a_{R2}) + B_R U(-\lambda, 1; 2\beta a_{R2}) \right] \quad (45)$$

### 3. 解析例

ここでは、海嶺の断面形状を図-4に示す3ケースに分類し、それぞれのケースにおける解の特性を検討する。

ケース1)  $\varepsilon_2 (=h_{R1}/h_{r1}) < 1$  の場合：透過領域  $R1$  の水深が入射領域  $r1$  に比べ浅い場合。

ケース2)  $\varepsilon_2 = 1$  の場合：透過領域と入射領域の水深が等しい場合。この場合、断面形状は海嶺頂部に関して対称となる。

ケース3)  $\varepsilon_2 > 1$  の場合：透過領域の水深が入射領域に比べ深い場合。

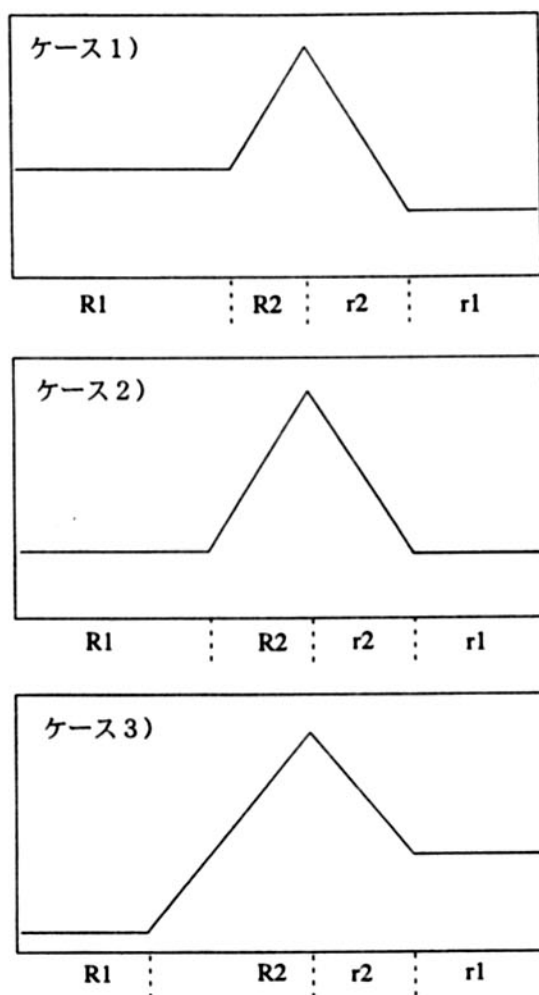


図-4 各ケースにおける海嶺断面形状の概略

ケース 1)  $\epsilon_2 < 1$  ( $\epsilon_2 = 0.5$ )

図-5 に後退波成分  $|A|$  および透過波成分  $|C|$  の変化特性を、図-6 に  $\Gamma$  の変化特性を示す。図の横軸は海嶺の幅と入射波波長の比  $w/L_0$  である。つまり  $w/L_0$  の値が 0 に近づくほど海嶺の幅に対して入射波の波長が相対的に長いことになる。地形パラメータ  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  はそれぞれ 0.2, 0.5 とする。これは、領域  $r_1$  の水深が  $h_{r1} = 5000\text{m}$  だとすると、海嶺頂部水深  $h_{r2} = h_{R2} = 1000\text{m}$ , 透過水深  $h_{R1} = 2500\text{m}$  に相当する。また入射角  $\theta_0$  は  $10^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $80^\circ$  に固定してそれぞれ求めた。図から明らかのように、各領域の振幅の変化特性は  $\theta_0$  と

$w/L_0$  の関数として表される。 $\theta_0 \leq 10^\circ$  のような場合、すなわち津波が海嶺に対し直に近い角度で入射した場合には、透過波の振幅はほぼ 1.2 となる。入射波の振幅よりも高くなる理由は、透過領域の水深が入射領域のそれに比べ浅いからである。入射角が大きくなるに従い、 $\theta_0 = 80^\circ$  の場合には透過率は急激に減少し、振幅は入射波のほぼ  $1/2$  になることがわかる。後退波の振幅  $|A|$  は、逆に  $\theta_0 = 80^\circ$  の場合が最大となる。すなわち入射方向が海嶺に対し平行に近くなれば、津波は海嶺に入りにくく、また透過しにくいことが分かる。この特徴は  $\Gamma$  の変化特性にも現れている。また

$\Gamma$ の値は $w/L_0$ が1程度の場合に最大となる。すなわち海嶺の幅と入射波の波長が等しくなった場合に最も津波が増幅されるのである。しかしこのケースにおいては $\Gamma$ の値に $w/L_0$ に対する依存性はさほど見られない。

図-7に、式(46)のパラメータを用いて計算した波形の例を示す。図の上は $\theta_0 = 30^\circ$ 、下は $\theta_0 = 80^\circ$ の場合である。なお、図示している波形は $t=0$ のものである。

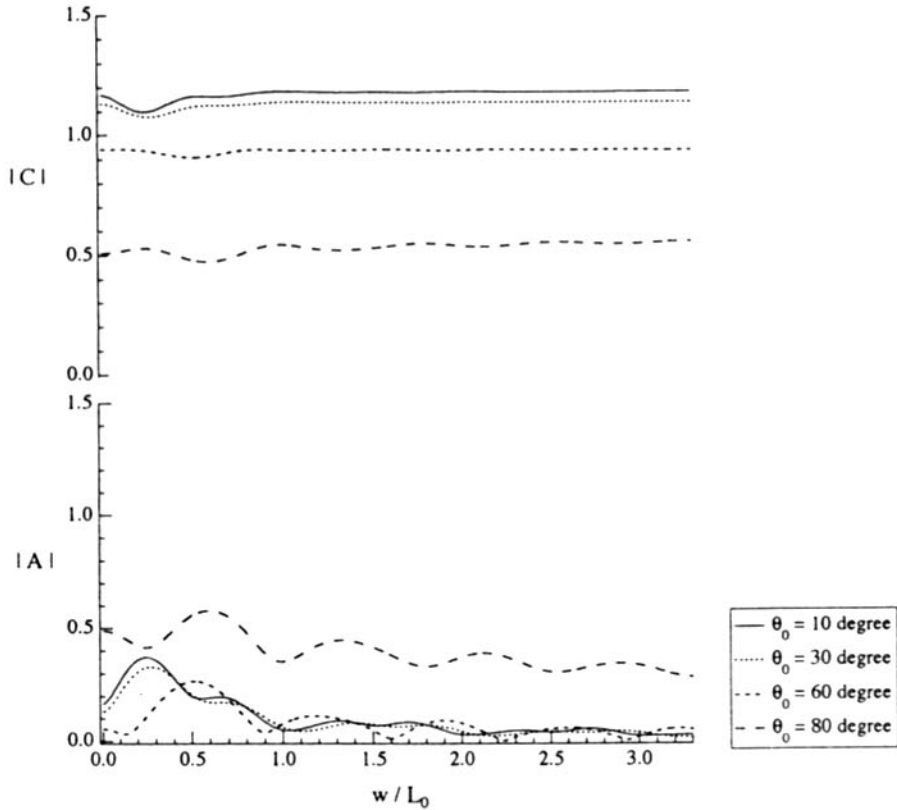


図-5 後退波成分 $|A|$ および透過波成分 $|C|$ の変化特性 (ケース1)

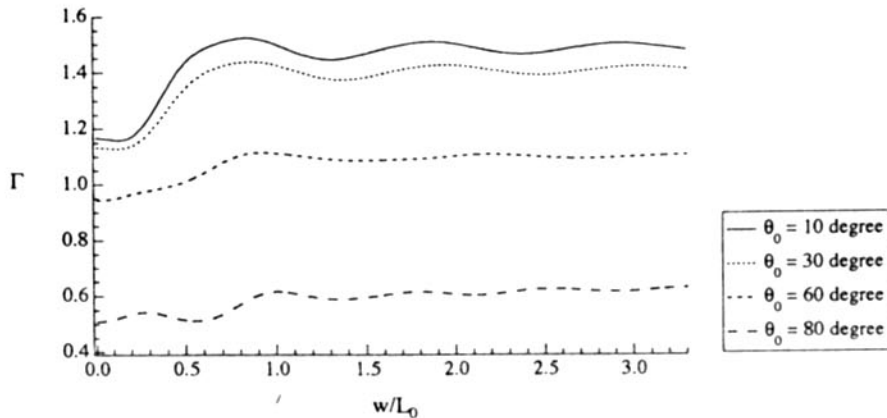


図-6 海嶺頂部の津波増幅率 $\Gamma$ の変化特性 (ケース1)



$$\left. \begin{aligned}
 h_{r1} &= 4000\text{m}, h_{R1} = 3200\text{m}, h_{r2} = 800\text{m} \\
 \rightarrow \varepsilon_1 &= 0.2, \varepsilon_2 = 0.8 \\
 a_{r1} &= 200\text{km}, a_{R1} = 160\text{km} \\
 \rightarrow w &= 280\text{km} \\
 \theta_0 &= 30^\circ, 80^\circ \\
 L_0 &= 238\text{km}
 \end{aligned} \right\} (46)$$

図の横軸（左右の方向）は海嶺の断面方向であり、海嶺頂部からの距離で示してある。津波は図の右側より入射する。斜面は横軸で $-120\text{km} \sim 160\text{km}$ の範囲である。 $\theta_0 = 30^\circ$ の例

を見ると、波は斜面上における屈折の影響をさほど受けずに伝播していることが分かる。一方、 $\theta_0 = 80^\circ$ の場合には、海嶺上の波高は低いものの反射波の影響により入射領域の波高は高くなっている。また屈折の影響を大きく受け、伝播形態は複雑になる。

ケース2)  $\varepsilon_2 = 1$

図-8に $\varepsilon_1 = 0.2, \varepsilon_2 = 1$ の場合の $|A|, |C|$ の変化特性を、図-9に $\Gamma$ の変化特性を示す。

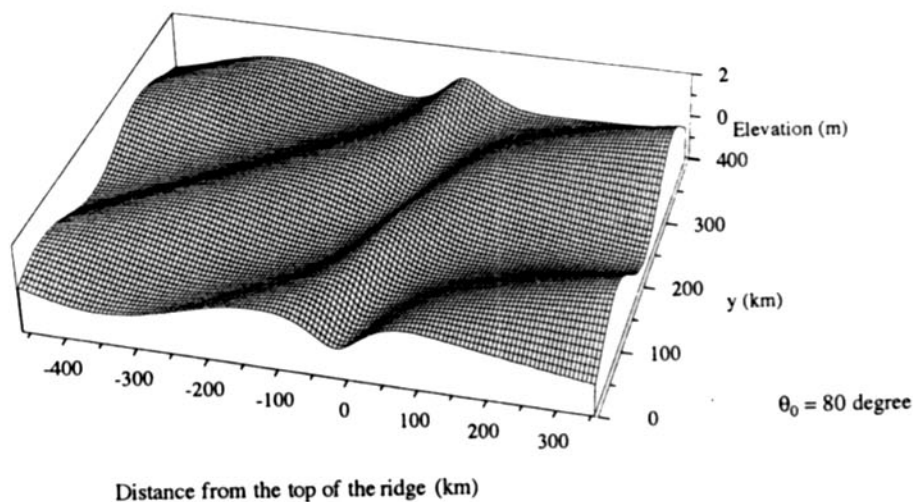
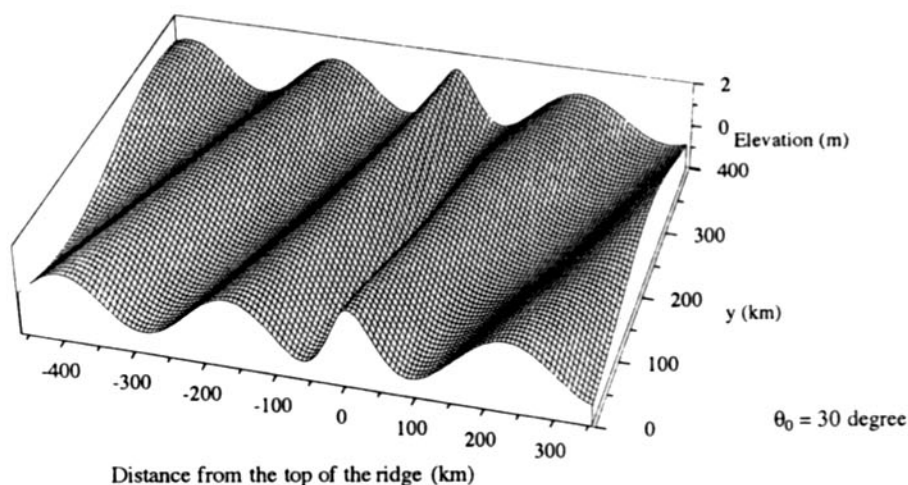


図-7 ケース1)の計算波形の例（上： $\theta_0 = 30^\circ$ ，下： $\theta_0 = 80^\circ$ ）

$\theta_0 = 60^\circ$  の場合には  $|A|$ ,  $|C|$ ,  $\Gamma$  の変化特性はケース1)の場合とほぼ等しい。 $|C|$  の値はほぼ1であり、入射した波のほとんどが海嶺を透過していることが分かる。しかし  $\theta_0 = 80^\circ$  の場合にはその特性は大きく異なる。 $|A|$  および  $|C|$  は  $w/L_0$  に関して周期的に変化し、ある特定の  $w/L_0$  の場合に透過率1となり (図に

示したケースでは、例えば  $w/L_0 = 1.2, 1.7$ ), 別の  $w/L_0$  では反射率が增大する (例えば図中  $w/L_0 = 1.5$ )。このような透過・反射特性の変化に伴い  $\Gamma$  も  $w/L_0$  に関して周期的に変化する。このように複雑な波高変化特性を詳しく調べるために以下の入射・地形条件において計算した波形の例を示す。

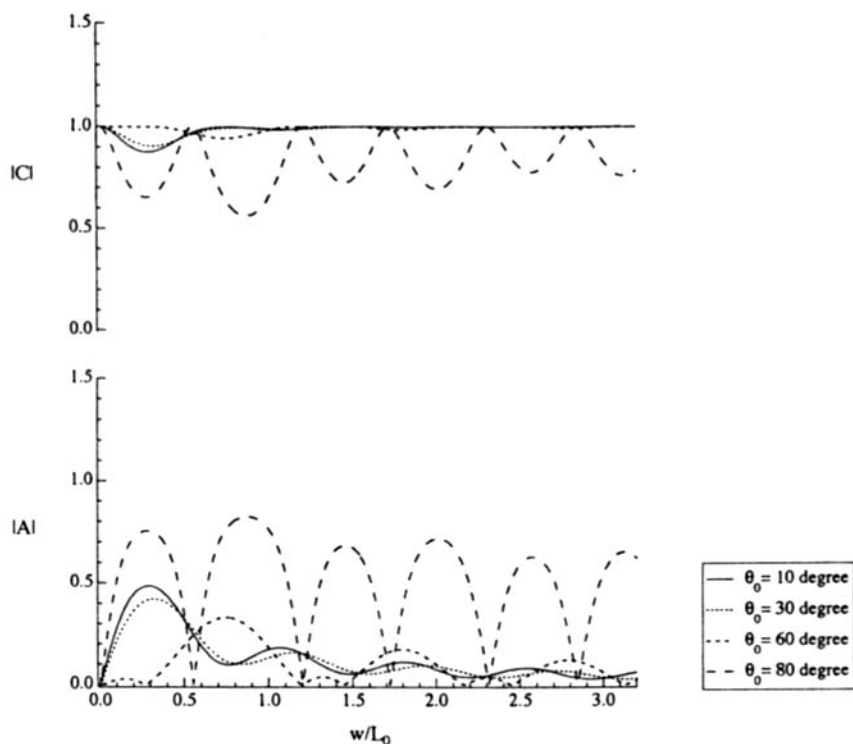


図-8 後退波成分  $|A|$  および透過波成分  $|C|$  の変化特性 (ケース2))

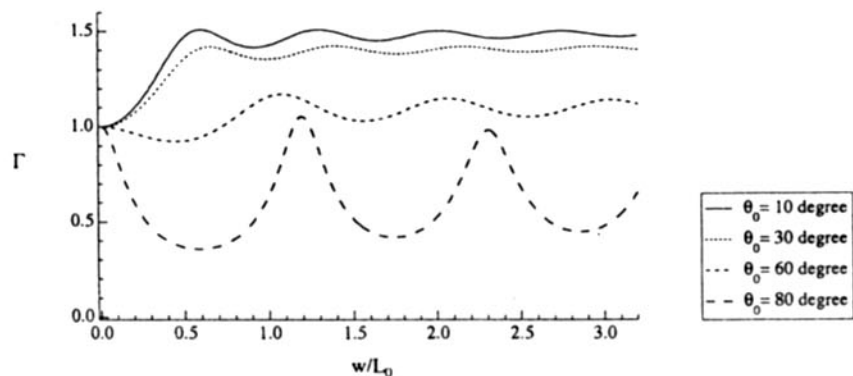


図-9 海嶺頂部の津波増幅率  $\Gamma$  の変化特性 (ケース2))

まずケース1)の結果との比較のために、各パラメータを

$$\left. \begin{aligned} h_{r1} &= 4000\text{m}, h_{r1} = 4000\text{m}, h_{r2} = 800\text{m} \\ \rightarrow \epsilon_1 &= 0.2, \epsilon_2 = 1 \\ a_{r1} &= 200\text{km}, a_{r1} = 200\text{km} \\ \rightarrow w &= 320\text{km} \\ \theta_0 &= 30^\circ, 80^\circ \\ L_0 &= 238\text{km} \end{aligned} \right\} (47)$$

とした。その結果が図-10である。上が $\theta_0 = 30^\circ$ 、下が $\theta_0 = 80^\circ$ の場合の波形で、両者(図

-7と図-10)を比べると、 $\theta_0 = 30^\circ$ の場合の伝播特性はほとんど変わらない。これは、小角度入射の場合には、津波は透過領域の水深の変化による影響をさほど受けずに伝播することを示している。また、 $\theta_0 = 80^\circ$ の場合も海嶺頂部を除き大きな差は見られない。

それではなぜ海嶺頂部の津波増幅度 $\Gamma$ には図-9に示されるような $w/L_0$ に対する大きな依存性が見られるのか? 例えば、 $w/L_0 = 1.2, 1.7$ の場合の津波の透過率は等しく1で

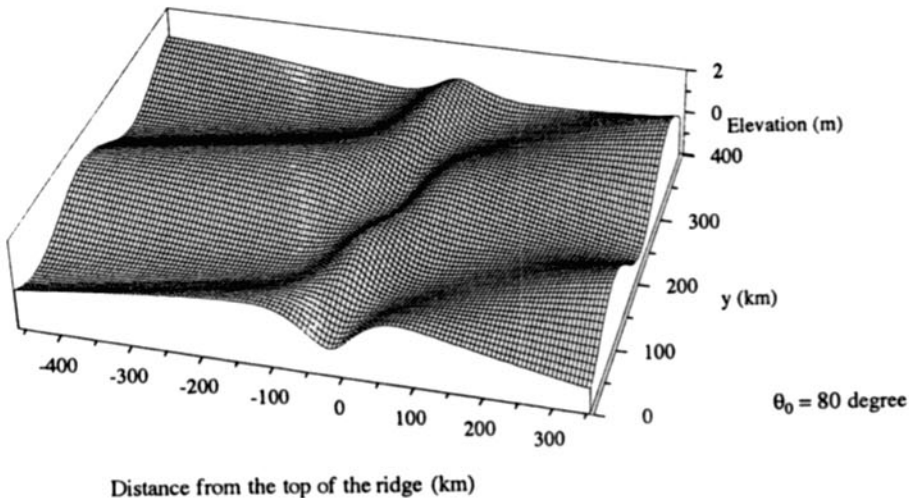
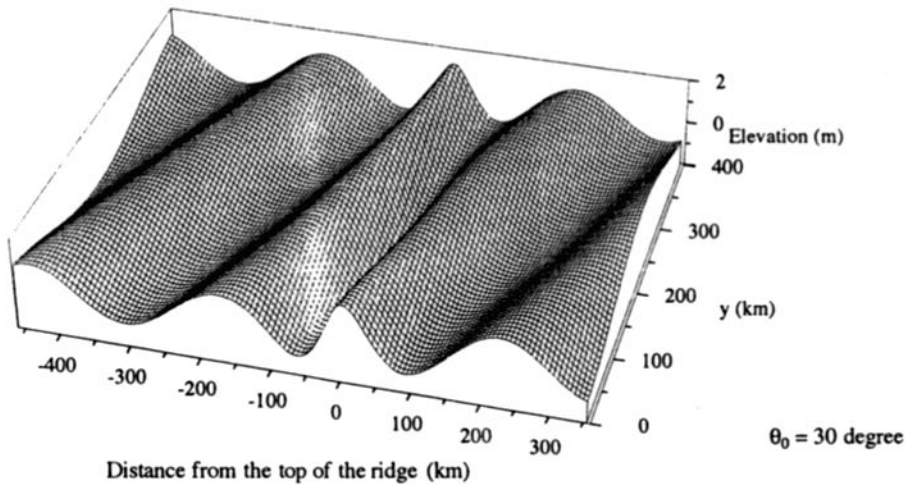


図-10 ケース2)の計算波形の例(上: $\theta_0 = 30^\circ$ 、下: $\theta_0 = 80^\circ$ )

あるのに  $\Gamma$  の値は  $w/L_0=1.2$  で極大値をとり、 $w/L_0=1.7$  では逆に極小値をとっている。つまり入射波の波長により海嶺頂部の津波増幅度が大きく変化するのである。この理由を検討するために、 $\theta_0=80^\circ$  の場合に限り各パラメータを

$$\left. \begin{aligned} h_{r1} &= 4000\text{m}, h_{r1} = 4000\text{m}, h_{r2} = 800\text{m} \\ \rightarrow \varepsilon_1 &= 0.2, \varepsilon_2 = 1 \\ a_{r1} &= 200\text{km}, a_{r1} = 200\text{km} \\ \rightarrow w &= 320\text{km} \\ \theta_0 &= 80^\circ \\ L_0 &= 267\text{km}, 186\text{km} \end{aligned} \right\} (48)$$

として波形を計算した。その結果が図-11である。ここでは伝播パターンの違いを明確に表すために波高の空間分布を色の濃淡で表している。図の色の濃い部分が正の波高を示し、淡い部分は負の波高を示す。左が  $w/L_0=1.2$ 、右が  $w/L_0=1.7$  の場合に相当する。この場合には両者とも透過率 1、反射率 0 となるにも関わらず (図-8)  $\Gamma$  の値は異なっている。図

-11を見ると海嶺に沿って伝播する津波のパターンに明確な差違が認められる。 $w/L_0=1.2$  の場合には海嶺頂部において著しく増幅されるモード、 $w/L_0=1.7$  の場合には頂部の両際で増幅されるモードとなる。なお、ケース 1) においても  $\theta_0=80^\circ$  として波形を計算したところ、 $w/L_0$  の変化に対して伝播パターンに大きな差違は認められなかった。透過側の水深が入射側のそれに等しい場合には、入射角が等しい場合でも入射波の波長により伝播の形態は大きく異なるのである。

ケース 3)  $\varepsilon_2 > 1$  ( $\varepsilon_2 = 1.5$ )

次に  $\varepsilon_1=0.2$ 、 $\varepsilon_2=1.5$  として海嶺波の変化特性の検討を行う。この場合、式(44)は  $\theta_0$  の値により虚数となり得る。すなわち、 $\theta_0$  が臨界角

$$\theta_c = \sin^{-1} \sqrt{1/\varepsilon_2} \quad (49)$$

を越えると X 方向の波数  $\alpha_R$  は

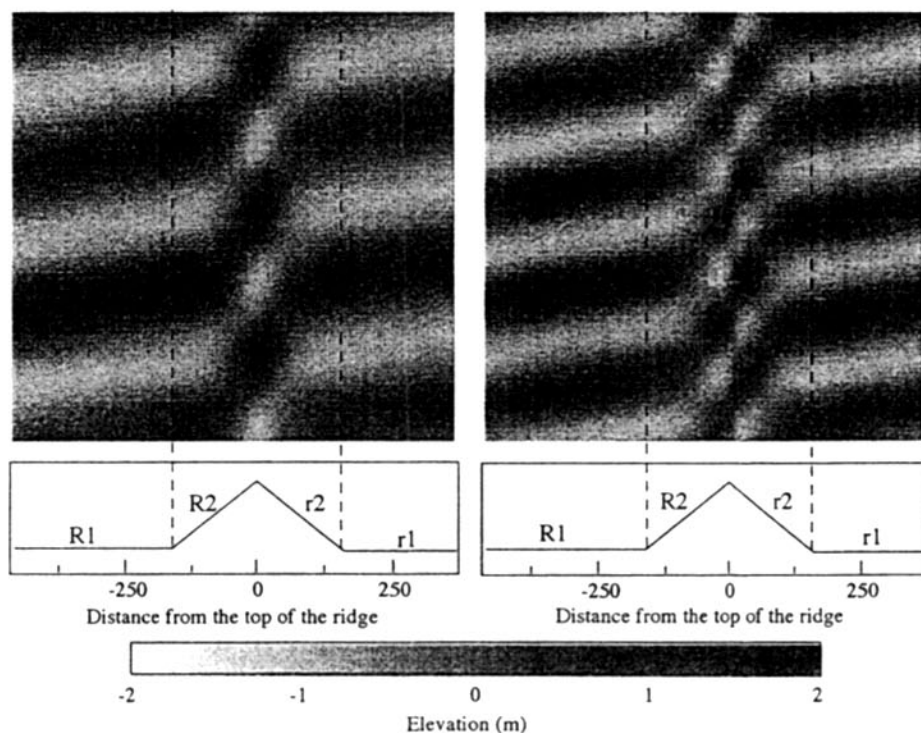


図-11 大角度入射の場合の水位分布の例  
左:  $w/L_0=1.2$  右:  $w/L_0=1.7$

$$\alpha_R = i\gamma \quad (50)$$

となる。ここで $\gamma$ は正の実数である。従ってこの場合には、透過領域 R1 の解である式(4)は

$$\xi_{R1} = \{e^{-\gamma x}\} e^{i(\theta y - \omega t)} \quad (51)$$

となる。この解はエヴァネセントモードあるいはトラップモードの解と呼ばれ、X 方向に指数関数的に減衰する解である。そのためにこのモードにおいては波は領域 R1 に抜けることができず海嶺上に捉えられるのである。以上から、このケースにおいては解には、通常の伝播モードの解とエヴァネセントモードの解という 2 つのモードが存在することが分かる。

図-12にそれぞれのモードにおける  $|A|$ ,  $|C|$  の変化特性を示す。ここでは  $\epsilon_2 = 1.5$  としたため臨界角は  $\theta_c = 54.7^\circ$  となる。図-12(a)には伝播モード ( $\theta_0 < \theta_c$ ) の場合を、図-12(b)にはエヴァネセントモード ( $\theta_0 > \theta_c$ ) の場合を

示してある。伝播モードの場合 (図-12(a)) には  $|A|$  および  $|C|$  は先の 2 ケースと類似した特性を示している。ケース 3) においても  $\theta_0 < \theta_c$  であれば津波の挙動特性は先の 2 ケースと大きな差はない。一方、 $\theta_0 > \theta_c$  となると解は伝播モードではなくエヴァネセントモードになり透過波の大きさに関して  $|C|$  の変化特性に基づいた検討はできない。ここでは R1 と R2 の境界値であるの変化特性を示してある (図-12(b))。  $|C|e^{-\gamma R1}$  は  $\theta_0$  が  $\theta_c$  に近い場合に最も大きくなり、 $\theta_0$  の増加に伴い減少する。また  $\theta_0 > 60^\circ$  という大角度の場合には、 $|A|$  は  $w/L_0$  に依存して周期的に変化する。

図-13に  $\Gamma$  の変化特性を示す。上が伝播モード、下がエヴァネセントモードの場合である。上の検討結果と同様、伝播モードの場合には  $\Gamma$  の変化特性に地形パターンによる差はないが、 $\theta_0$  が  $\theta_c$  に近づくにつれ周期性を増し、 $w/L_0$  への依存が見られる。エヴァネセ

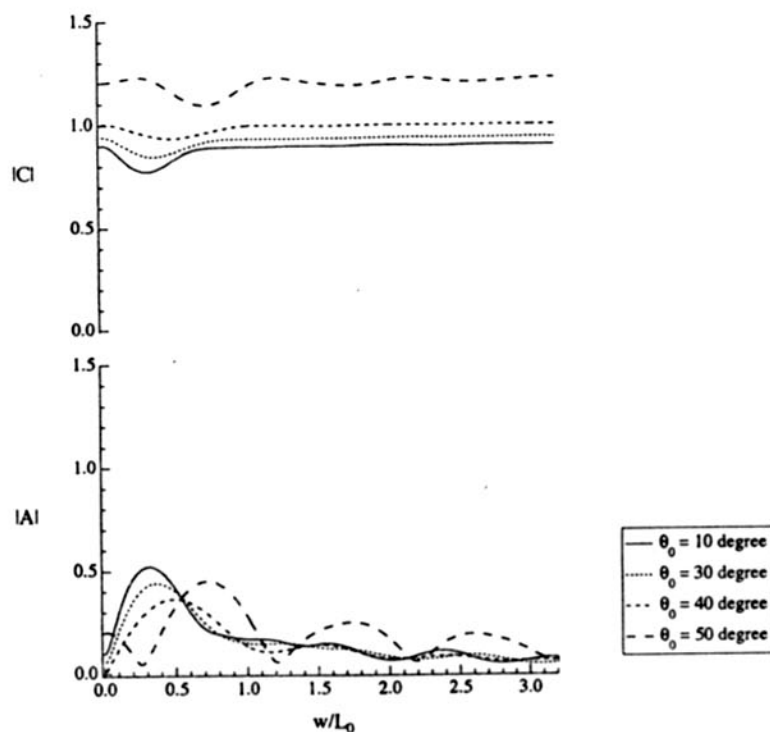


図-12(a) 後退波成分  $|A|$  および透過波成分  $|C|$  の変化特性 (ケース 3) 伝播モード)

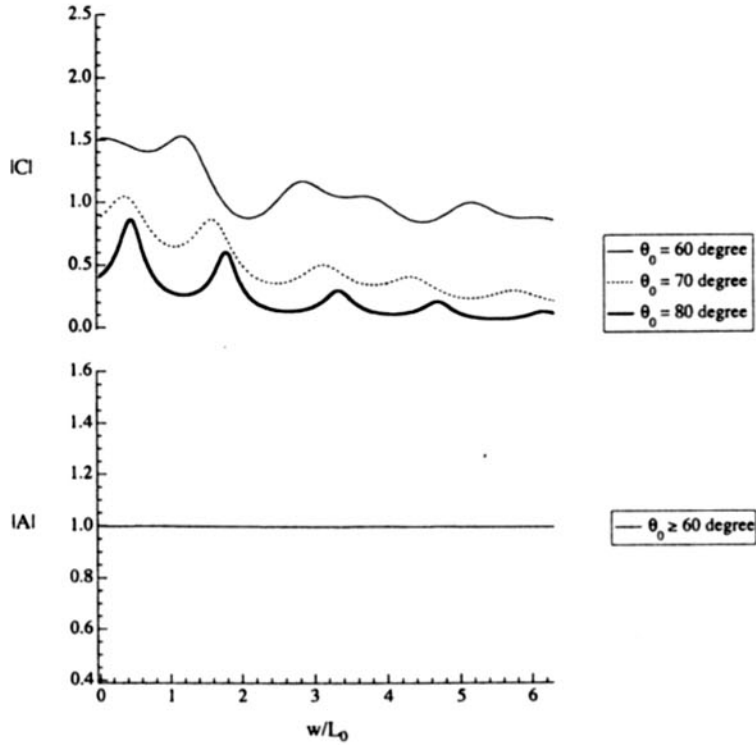


図-12(b) 後退波成分 $|A|$ および透過波成分 $|C|$ の変化特性 (ケース3) エヴァネセントモード

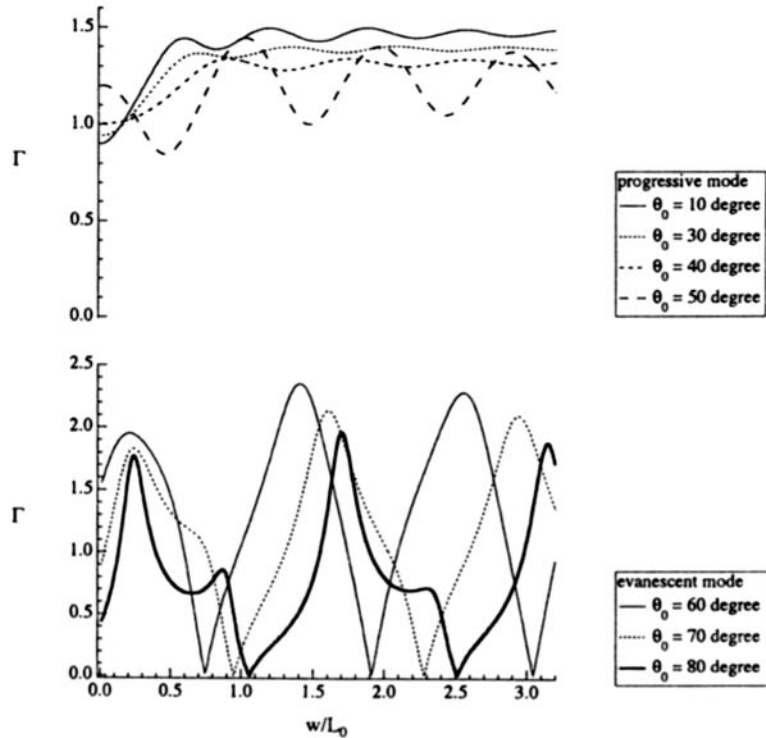


図-13 海嶺頂部の津波増幅率 $\Gamma$ の変化特性 (ケース1)

上: 伝播モード, 下: エヴァネセントモード

ントモードにおいては、 $w/L_0$ の値により波の節・腹の位置が変化し、海嶺上で重複波が形成されるために $\Gamma$ の挙動は複雑になる。図-14に以下のパラメータで計算した波形の例を示す。上が $\theta_0=30^\circ$ 、下が $\theta_0=80^\circ$ ある。 $\theta_0=30^\circ$ の場合が伝播モード（伝播パターンは先の2ケースに類似）であり、 $\theta_0=80^\circ$ の場合はエ

ヴァネセントモード（重複波が形成）である。

$$\left. \begin{aligned} h_{r1} &= 4000\text{m}, h_{R1} = 6000\text{m}, h_{r2} = 800\text{m} \\ \rightarrow \epsilon_1 &= 0.2, \epsilon_2 = 1.5 \\ a_{r1} &= 200\text{km}, a_{R1} = 300\text{km} \\ \rightarrow w &= 420\text{km} \\ \theta_0 &= 80^\circ \\ L_0 &= 238\text{km} \end{aligned} \right\} (52)$$

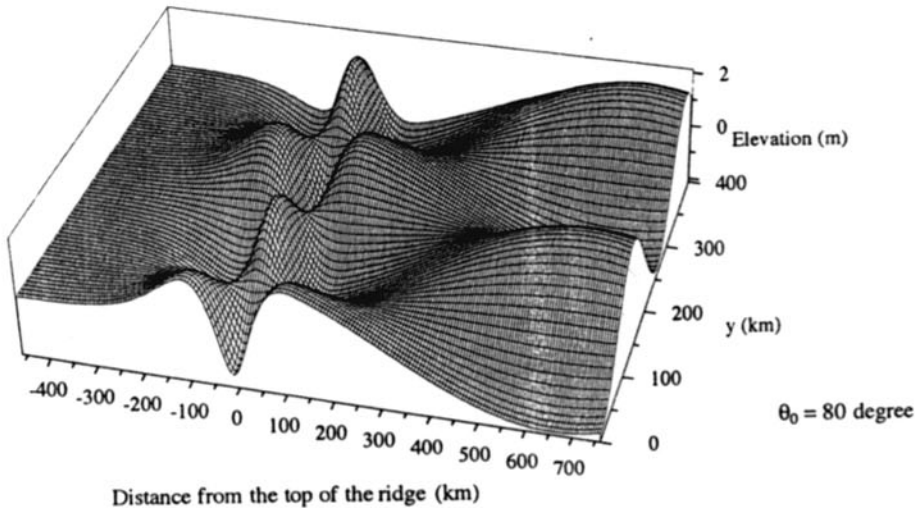
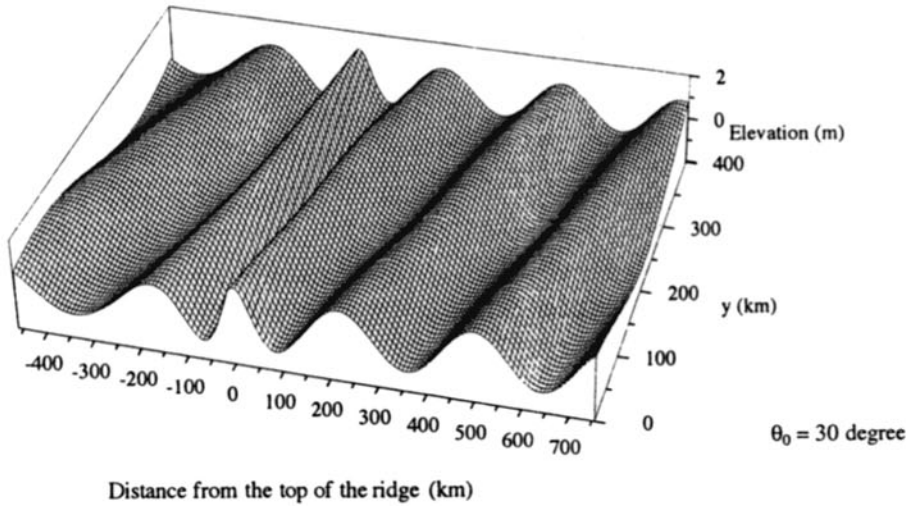


図-14 ケース3)の計算波形の例（上： $\theta_0=30^\circ$ ，下： $\theta_0=80^\circ$ ）

#### 4. 本理論の適用例

ここでは本理論の実現象への適用例を示す。1996年にニューギニア沖で発生したイリアンジャヤ地震津波は太平洋を伝播し、我が国においても比較的高い波高が観測された。特に父島においては波高1mが記録され、遠地津波としては1960年チリ津波以来の高い波高であった。図-15に波源との地理的關係を示す。南本州海嶺はマイクロネシア付近からほぼ真北に伸びている海嶺であり、波源から放射された津波は大角度で南本州海嶺に入射したことが推測できる。従って南本州海嶺に接した位置にある父島、八丈島の両島においても海嶺により励起された境界波が観測され得ることは容易に推測できよう。

図-16は本研究で用いた海嶺モデルの南本州海嶺への適用例である。図の実線は南本州海嶺の代表的な地形形状である。津波は東側(図の左側)から $\theta_0 = 80^\circ$ で入射したと仮定する。南本州海嶺は西側の水深が東側に比べ若干浅くなっており、本研究のパターン1)に

相当する。実際の地形は一様ではなく、各パラメータを一意的には決定できないが、ここでは南本州海嶺を代表するパラメータを

$$\left. \begin{aligned} h_{r1} &= 4500\text{m}, h_{r2} = 4000\text{m} (\epsilon_2 = 0.889) \\ a_{r1} &= 150\text{km}, a_{r2} = 133.3\text{km} \\ \text{Pattern (a): } h_{r2} &= 900\text{m}, w = 223\text{km} (\epsilon_1 = 0.2) \\ \text{Pattern (b): } h_{r2} &= 1485\text{m}, w = 184\text{km} (\epsilon_1 = 0.33) \\ \theta_0 &= 80^\circ \end{aligned} \right\} (53)$$

とした。これを用いて計算した南本州海嶺上の津波の増幅特性 $\Gamma$ と父島、八丈島における観測波形のスペクトルとの比較を図-17に示す。両者によって波高の定量的な比較はできないが、定性的な比較により本理論の妥当性を検討することができる。父島における観測波形のスペクトルはそれぞれ7, 9, 15分の周期にピークが存在し、八丈島では8, 14, 17分にピークをもつ。藤間ら(1995)によると父島と八丈島には5~10分の周期に共振周期が存在し、この周期で両島に入射した津波は著しく増幅されるとしている。従って15分以上の周期におけるスペクトルのピークは島周りの津波の共振現象によるものではないと

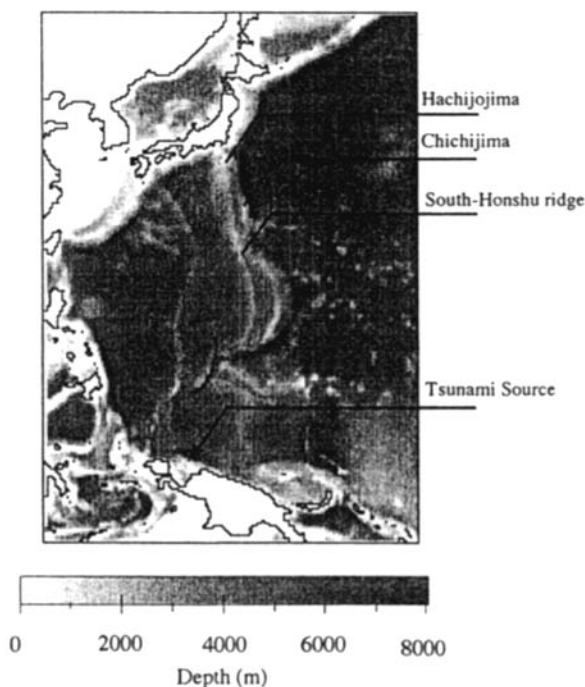


図-15 南本州海嶺、父島およびイリアンジャヤ津波波源との地理的關係



いえる。パターン(a)の地形パラメータを用いて理論的に求めた南本州海嶺上の波高の変化特性は15~20分で1つのピークをもち、観測波形の周波数特性と一致している。すなわち、父島、八丈島における15分周期以上の周波数応答は南本州海嶺により励起された境界

波によるものであるということを示唆している。しかし10分以下の周期の周波数特性に関しては島周りの共振周期とほぼ一致しているため、本理論のように海嶺だけでは説明できない。

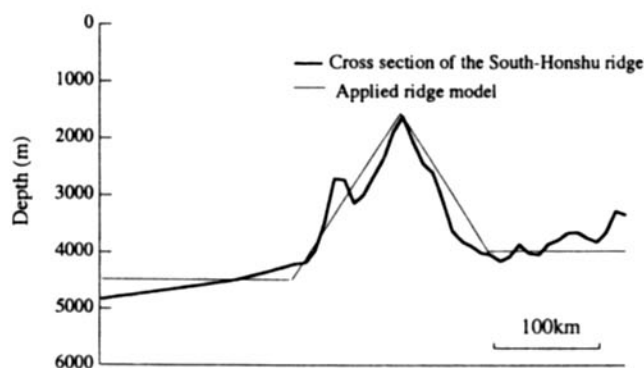


図-16 本理論で用いた海嶺モデルの適用例

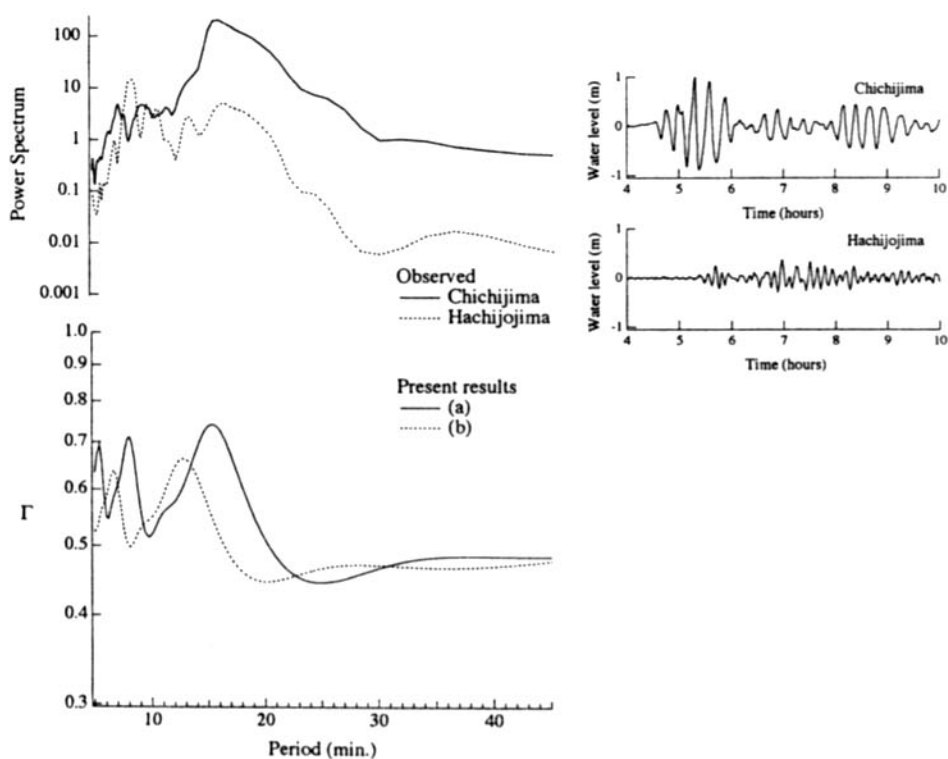


図-17 理論的に求めた南本州海嶺上の境界波の周期特性と父島・八丈島における観測波形のスペクトルとの比較

## 5. 結論

線形長波理論に基づき海嶺上を伝播する境界波の挙動を表す理論解を求めた。得られた理論解を海嶺の地形条件および入射条件を表すパラメータで整理し、透過・反射波、海嶺上の津波増幅度の変化特性を3つの地形パターンに分類して検討した。結論を以下に列挙する。

1) 透過波・反射波の波高変化特性は海嶺への入射角 $\theta_0$ と海嶺幅と入射波波長の比 $w/L_0$ に大きく依存する。海嶺に対し直に近い角度で入射する様な小角度入射の場合、地形パターンの違いによる伝播特性の差違は小さい。斜面の幅に対し入射波の波長が短い場合には入射波の大部分が海嶺を透過する。

2) 大角度入射の場合には、地形パターンにより伝播特性が大きく異なることが分かった。透過側の水深が入射側のそれに対し等しい場合には、入射する津波の波長により海嶺上に励起される境界波の形態は大きく異なる。また透過側の水深が入射側よりも深い場合には、伝播モードとエヴァネセントモードという2通りの伝播パターンが存在し、入射角が臨界角を越えると励起されるエヴァネセントモードにおいては、津波は海嶺を透過できず海嶺上には重複波が形成される。

3) 本理論を南本州海嶺に適用した結果、この海嶺に平行に近い角度で入射した津波のうち15~20分周期の波数成分が増幅されることが分かった。また南本州海嶺に接した位置にある父島、八丈島で観測された1996年イリアンジャヤ地震津波の周波数特性と、本理論により求められた海嶺上の境界波の周波数特性は一致しており、海嶺上に励起される境界波がこれらの島々における津波の観測波形に大きく貢献していることが示された。

## 6. 付録 式(5), (6)の導出過程

斜面上の解である式(5), (6)の導出過程を示す。ただしここでは一般的な導出過程を示すために領域を表す添字は省略する。まず波動方程式(式(1. a, b))の解を

$$\xi = \eta e^{i(\beta y - \omega t)} \quad (i)$$

と仮定する。ここで $h$ は $x$ または $X$ 方向の関数である。式(i)を本論の式(1. a), (1. b)に代入すると以下の微分方程式を得る。

$$x \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial \eta}{\partial x} + \left( \frac{\omega^2}{g_s} - \beta^2 x \right) \eta = 0 \quad (ii)$$

変数変換

$$\begin{aligned} z &= 2\beta x \\ \eta &= e^{-z/2} \phi(z) \end{aligned} \quad (iii)$$

を行うと、新たな支配方程式として

$$z \frac{d^2 \phi}{dz^2} + (1-z) \frac{d\phi}{dz} + \lambda \phi = 0 \quad (iv)$$

を得る。ここで

$$\lambda = \frac{\omega^2}{2g\beta s} - \frac{1}{2} \quad (v)$$

である。式(iv)は合流型超幾何微分方程式と呼ばれ、その基本解は次の2つの関数で表される[例えば、岩波数学公式集]。

$$\begin{aligned} \phi_1(z) &= M(-\lambda, 1; z) \\ \phi_2(z) &= U(-\lambda, 1; z) \end{aligned} \quad (vi)$$

式(vi)の2つの基本解の組み合わせとして斜面上の解である本論中の式(5), (6)を得る。

## 参考文献

- Buchwald, V. T., 1968, Long waves on oceanic ridges, Proc. Roy. Soc. London, A308, 343-354
- Mei, C. C., 1982, The applied dynamics of ocean surface waves, World scientific, 740

- 越村俊一・今村文彦・首藤伸夫, 1997, 海嶺により励起される境界波に関する研究, 海岸工学論文集, Vol. 44, 306-310
- 越村俊一・今村文彦・首藤伸夫, 1998, 境界波の挙動特性に関する理論的研究, 月刊海洋/号外, No 15, 105-109
- 藤間功司・後藤智明, 1994, 円錐形の島に捕捉された長波の特性, 土木学会論文集, No 497/II-28, 101-110
- 藤間功司・後藤智明・林建二郎・重村利幸・首藤伸夫, 伊豆・小笠原諸島の津波増幅特性, 海岸工学論文集, Vol. 42, 381-385
- 藤間功司・Yuliadi, D.・Briggs, M. J.・正村憲史・重村利幸・後藤智明, 過渡的な入射波形をもつ津波の島への遡上, 土木学会論文集, No 586/II-42, 105-115
- 森口繁一・宇田川鉄久・一松 信, 1996, 岩波素学公式Ⅲ 特殊関数第12刷, 310
- 李昊俊・今村文彦・首藤伸夫, 1997, 日本海での津波の挙動特性, 海岸工学論文集, Vol. 44, 281-285