

Leap-Frog 法を用いた津波数値計算における 島周辺での格子間隔選定基準 (詳報)¹⁾

藤 間 功 司*

1. はじめに

津波防災計画の策定にあたり、対象地域における歴史津波の再現や、想定地震により発生する津波の予測などに、staggered 格子を使用した Leap-Frog 法に基づく数値計算が広く用いられている。その際、精度の高い数値計算結果を得るには、十分に細かな格子を用いる必要がある。

しかし、今のところ、水平床 1 次元伝播問題(長谷川ら, 1987)と一様勾配斜面上での遡上問題 (Goto and Shuto, 1983) に関する基準以外、適切な格子間隔選定基準が得られていない。すなわち、屈折の効果が効く平面 2 次元問題においては、精度の良い結果を得るためにどの程度の格子間隔を用いる必要があるか、まったく分かっていない。

屈折効果の効く場合に格子間隔選定基準が定められていない理由は、主として以下の 2 点であろう。

① 格子間隔選定基準を決定するには、同一の支配方程式と地形条件のもとで得られた数値解と理論解を比較する方法が一般的であるが、斜面を有する 2 次元問題では理論的に解を求めるのが容易でない。津波の屈折に着目した場合、線形長波理論で十分な精度を有すると考えられるが、線形理論であっても、エッジ波や円錐形の島回りの解など、ごく限られた場合でしか厳密解が得られていないのが現実である。

② 周期解を使用してこの種の検討を行うには定常状態に達するまで数値計算を実施しなければならず、かなりの計算時間が必要になる。また、長時間にわたって数値計算を実施するには、進行方向が一定でない散乱波を境界で自由透過させる必要があるが、このような境界条件は必ずしも確立されていない。

ところが、最近、藤間ら (1998) は円錐形の島回りにおける線形長波理論の過渡波解を求めている。この解は、数値計算に使われる線形長波理論とまったく同じ支配方程式の解であり、また過渡波解であるため上記②の問題も生じない。そのため、藤間らの解を使えば、島回りの格子間隔選定基準に関する厳密な議論が可能になる。

ただし、藤間ら (1998) の過渡波解は静水深がゼロの汀線を有するモデル地形で求められているため、同じ地形条件で数値解を求めると解が不安定になる可能性がある。そこで、藤間らの理論を若干修正し、汀線付近に鉛直壁を設置したモデルに対する理論解を求め、数値解と比較する。そして、理論解と数値解を比較し、鉛直壁に沿った島回りの津波高分布を精度よく再現するための格子間隔選定基準を決定する。

2. 理論解

(1) 周期波解

モデル地形を図-1 に示す。島の海岸線の半径を r_0 、勾配を m とする。島斜面上では、水深 h は $h = m(r - r_0)$ である。 $r > r_1 = r_0 + r_2$ では、水深 $h_1 (=mr_2)$ の水平床とする。 $r = r_3 = r_0 + r_4$ に鉛直壁があり、鉛直壁における水深を $h_3 (=mr_4)$ とする。ただし、島の中心を原点とし、入射波の進行方向を x 軸に取る。

いま、津波の角振動数を σ とし、次式で表

*防衛大学校

¹⁾本論文は、土木学会論文集 5 月号に掲載される「Leap-Frog法を用いた島周辺の津波数値計算における格子間隔選定基準」に加筆したものである。

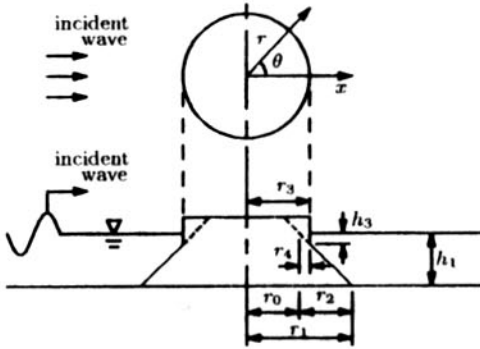


図-1 モデル地形

わされる周期波解を考える。

$$\eta = \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n(r) e^{i(n\theta - \alpha t)} \quad (1)$$

線形長波理論を用いると、 R_n の支配方程式として次式が得られる。

$$\frac{d^2 R_n}{d\xi^2} + \left(\frac{2\xi}{\xi^2 + \beta^2} + \frac{1}{\xi} \right) \frac{dR_n}{d\xi} + \left\{ 1 - \left(\frac{2\xi}{\xi^2 + \beta^2} \right)^2 n^2 \right\} R_n = 0 \quad (2)$$

ただし、 ξ 、 β は次式で表わされる。

$$\xi = 2\sqrt{\alpha(r-r_0)}, \quad \alpha = \sigma^2/(gm), \\ \beta = 2\sqrt{\alpha r_0} \quad (3)$$

ここで、 g は重力加速度である。

藤間・後藤(1994)は鉛直壁の存在しないモデルに対する解として、上式の $r=r_0$ で発散しない基本解 $F_{n,\beta}(\xi)$ を導いている。しかし、本モデルでは $F_{n,\beta}$ と独立な $r=r_0$ で発散する基本解も考慮に入れる必要がある。そこで、 $r=r_0$ で発散する基本解を求め(付録参照)、 $G_{n,\beta}$ とする。すると、本モデルにおける島斜面上の解は次式で与えられる。

$$\eta = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{ A_n F_{n,\beta}(\xi) + B_n G_{n,\beta}(\xi) \} e^{i(n\theta - \alpha t)} \quad (4)$$

入射波の振幅を1とし、以下のように表す。

$$\eta = e^{i(k_1 x - \alpha t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(k_1 r) e^{i(n\theta - \alpha t)} \quad (5)$$

ただし、 J_n は n 次の第1種 Bessel 関数であり、波数 k_1 は次式で表わされる。

$$k_1 = \sigma/\sqrt{gh_1} \quad (6)$$

このとき、水平床上の解は次式で与えられる。

$$\eta = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{ i^n J_n(k_1 r) + C_n H_n^{(1)}(k_1 r) \} e^{i(n\theta - \alpha t)} \quad (7)$$

ただし、 $H_n^{(1)}$ は n 次の第1種 Hankel 関数である。

複素定数 A_n 、 B_n 、 C_n は $r=r_3$ で r 方向流量がゼロになり、 $r=r_1$ で斜面上の解と水平床上の解による水位と流量が連続に接続するよう、以下の連立1次方程式を解くことにより得られる。

$$\begin{pmatrix} F'_{n,\beta}(\xi_3) & G'_{n,\beta}(\xi_3) & 0 \\ F_{n,\beta}(\xi_1) & G_{n,\beta}(\xi_1) & -H_n^{(1)}(k_1 r_1) \\ F'_{n,\beta}(\xi_1) & G'_{n,\beta}(\xi_1) & -H_n^{(1)'}(k_1 r_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_n \\ B_n \\ C_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ i^n J_n(k_1 r_1) \\ i^n J'_n(k_1 r_1) \end{pmatrix} \quad (8)$$

ただし、 ξ_1 、 ξ_3 は以下の通りである。

$$\xi_1 = 2\sqrt{\alpha r_2}, \quad \xi_3 = 2\sqrt{\alpha r_4} \quad (9)$$

(2) 過渡波解

過渡的な入射波の波形は、次式で表わすことができる。

$$\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\sigma) e^{i(k_1 x - \alpha t)} d\sigma \quad (10)$$

ただし、 ϕ は各成分波の複素振幅である。

この入射波に対する島斜面上での解は次式で与えられる。数値積分は藤間ら(1998)と同じ手順で行えばよい。

$$\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \phi \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} (A_n F_{n,\beta} + B_n G_{n,\beta}) e^{i(n\theta - \alpha t)} \right\} d\sigma \quad (11)$$

3. 格子間隔と数値計算の精度との関係

検討を行ったケースを表-1に示す。なお、表中のパラメタ S は藤間ら(1998)が導入したパラメタで、次式で表される。

$$S = \frac{\sum_{j=1}^M |a_j|}{2a_M} \quad (12)$$

ただし、 a_j は、入射波形の波頂と波谷の振幅値であり、島に入射する側から a_1 、 a_2 、…と番号を付けてある。 M は入射波中の最大波に付けられた番号である。同じ振幅の波が続く連続的な正弦波の場合には、最も後ろの波の番号を M とする。すなわち、 S は最大波来襲前の入射波列の振幅まで考慮し、最大波がおおよそ何波目に来襲するかを表わすパラメタ

表-1 解析ケース

Case	T(s)	m	r ₀ (m)	h ₁ (m)	S	Sym.
1	480	0.075	8000	1500	1	○
2	480	0.075	8000	1500	2	●
3	480	0.075	8000	1500	4	△
4	480	0.02	8000	500	1	▲
5	480	0.02	8000	500	2	□
6	480	0.02	8000	500	4	■
7	960	0.02	12000	800	1	+
8	960	0.02	12000	800	2	×
9	960	0.02	12000	800	4	▽
10	480	0.02	8000	1500	1	▼
11	480	0.02	15000	1500	1	◇
12	480	0.075	15000	1500	1	◆
13	960	0.02	8000	1500	1	a
14	480	0.02	8000	200	1	b
15	360	0.075	7000	2625	1	c
16	450	0.075	13000	2000	1	d
17	630	0.02	5000	1000	1	e
18	480	0.075	15000	600	1	f
19	660	0.075	7000	2000	1	g
20	720	0.03	8500	1500	1	h
21	690	0.05	6000	1500	1	i
22	330	0.075	13000	400	1	j
23	600	0.075	9000	1000	1	k
24	390	0.075	13000	500	1	l
25	510	0.075	10000	800	1	m
26	540	0.075	7000	1500	1	n
27	760	0.02	12500	1500	1	p
28	840	0.075	9000	1000	1	q
29	300	0.065	15000	2000	1	r
30	810	0.055	9000	1000	1	s

注：全ケースで振幅 1m, h₀ = 10m と設定。
 'Sym.'欄の記号は図-3-5, 6中の記号に対応する。

である。S=1と書かれたケースでは、入射波が一谷一山のみ有する引き初動の単一正弦波で、S=2, 4の場合は、それぞれ入射波が2波、4波からなる引き初動の連続正弦波である。すべてのケースで振幅は1m、鉛直壁設置水深 h₃は10mである。

それぞれのケースに対し、格子間隔 Δx を変えて線形長波理論を用いた数値計算を5~14通り行い、鉛直壁における水位経時変化の最大値（以後、津波高と呼ぶ）の分布を算出し、理論解と比較する。数値計算には、staggered 格子を用い Leap-Frog 法で差分化する一般的な津波数値計算手法を用いる。

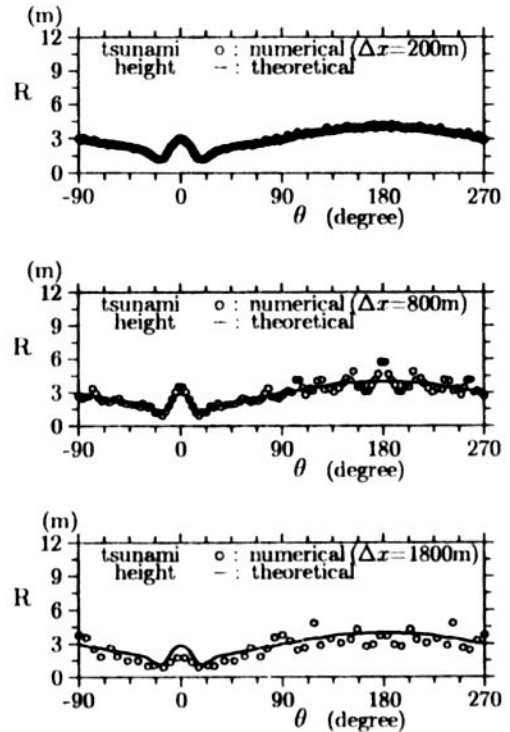


図-2 Case 18 の津波高分布の比較

例として、Case 18 の数値計算結果と理論解の比較の一部を図-2 に示す。図から分かるように、格子間隔が非常に大きい Δx = 1800 m の場合、計算値は全体的に過小評価になっている。ただし、この場合でも、 $\sqrt{gh_1} T / \Delta x = 20.4$ であり、水平床部分での数値誤差は無視できる（長谷川ら, 1987）。しかし、Leap-Frog 法には屈折効果を過小評価するという誤差特性があるため、屈折して島に到達すべき津波が島に到達せずに背後に伝わってしまい、結果として島に到達するエネルギー総量が過小評価になったものと考えられる。

格子間隔がやや小さい Δx = 800m の場合、平均的な津波高はほぼ理論値と一致するようになるが、ばらつきが大きい。これは、津波を後ろに逸らしてしまうほどの誤差はないものの、到達場所まで正確に計算されていないものと解釈できる。なお、円形の汀線（鉛直壁）を直交格子の境界で近似するために汀線で一種の散乱波が生じ、それが数値振動を引き起こすこともばらつきの原因になっている。

と思われる。

格子間隔がさらに小さく $\Delta x = 200\text{m}$ になると、すべての場所で理論解と数値計算結果が一致するようになる。これから、既往の数値計算モデルを使用しても、格子間隔を十分小さくすれば島回りの津波伝播を精度よく再現できることが確認できる。

津波数値計算の精度を評価する際、相田のパラメタ(対数を用いた幾何平均 K と標準偏差 k) がよく使われている。 K と k はそれぞれ次式で表わされる。

$$\log K = \frac{1}{N_d} \sum_{j=1}^{N_d} \log \frac{R_{jt}}{R_{jc}} \quad (13)$$

$$(\log k)^2 = \frac{1}{N_d} \sum_{j=1}^{N_d} (\log \frac{R_{jt}}{R_{jc}})^2 - (\log K)^2 \quad (14)$$

ただし、 R_{jt} 、 R_{jc} はそれぞれ鉛直壁に面した j 番目の格子における津波高の理論値と計算値で、 N_d は R_{jt} 、 R_{jc} を算出する格子数を表わす。

さて、Case 1~9 の比較から、入射波形のみ $S=1, 2, 4$ と変化させた場合、格子間隔が同じなら、 K と k はほとんど変化がないことが分かった。したがって、計算誤差を議論する際には S の影響は考慮せず、定常波理論のパラメタのみを考えればよいであろう。

理論展開から明らかなように、周期解は、 r_2/r_0 、 r_4/r_0 の3つのパラメタで記述される。そこで、数値計算格子による島の分割数を表す $r_1/\Delta x$ と、 β 、 r_2/r_0 、 r_4/r_0 の4つのパラメタのべき乗の積で表される関数形を仮定し、 K と k との相関を調べたところ、 r_4/r_0 の影響は比較的小さく、以下のパラメタの組み合わせが K と k の変化をよく表すことが分かった。

$$(r_1/\Delta x) \beta^{-1} (r_2/r_0)^{1/2} = r_2/(\xi_1 \Delta x) \quad (15)$$

上式のパラメタ $r_1/(\xi_1 \Delta x)$ で K と k の変化をまとめた結果を図-3、4に示す。この2種類の図をもとに格子間隔選定基準を決定することが可能である。

島全体における津波高の平均値のみを精度よく再現することが目的であれば、例えば計算誤差を10%以内に抑えたいなら、 $|K-1| < 0.1$ になるよう Δx を決定すればよい。図-3か

ら、この条件は次式により満たされる。

$$r_1/(\xi_1 \Delta x) > 5 \quad (16)$$

また、計算誤差を5%以内に抑えたいなら、

$$r_1/(\xi_1 \Delta x) > 14 \quad (17)$$

にすればよい。

なお、すでに述べたように Δx が非常に大きいと数値計算の津波高は全体的に過小評価 ($K > 1$) であるが、パラメタ $r_1/(\xi_1 \Delta x)$ が5より大きいと計算値はむしろやや過大評価 ($K < 1$) になる。さらに Δx を小さくしていくと K は徐々に1に近づく。この傾向は、長谷川らが示した水平床1次元伝播問題における Leap-Frog 法の誤差特性と同じである。

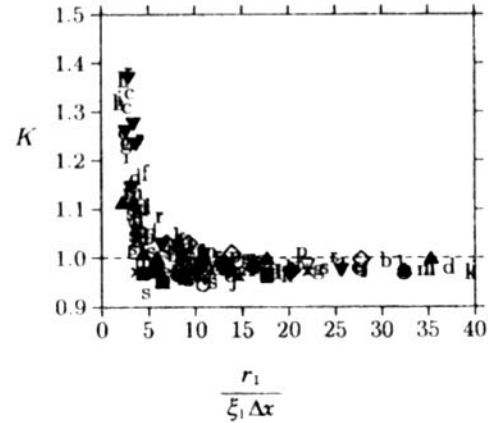


図-3 格子間隔による K の変化

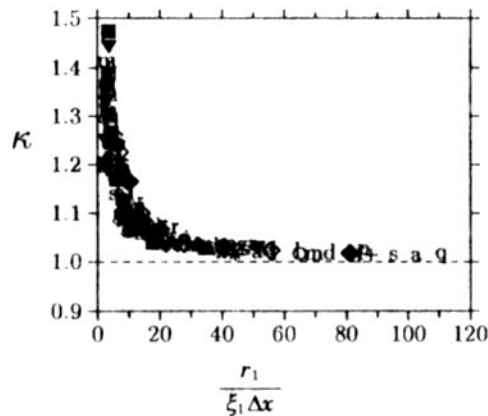


図-4 格子間隔による k の変化(1)

さて、津波高分布を正確に再現するためには、 k に基づく基準が必要である。しかし、 k はいわば計算誤差の標準偏差であり、 $k < 1.1$ であっても局所的に10%以上の誤差になるため、誤差の大きさを直感的に判断しづらい。そこで、以下の各種誤差と k の関係を調べる。

●最大津波高の誤差 E_1

$$E_1 = |\max |R_{jc}| - \max |R_{jt}|| / \max |R_{jt}| \times 100$$

●最大津波高に対する最大誤差 E_2

$$E_2 = \max ||R_{jc} - R_{jt}| / \max |R_{jt}| \times 100$$

●島正面における局所誤差 E_3

$$E_3 = |R_{fc} - R_{ft}| / R_{ft} \times 100$$

●島背後における局所誤差 E_4

$$E_4 = |R_{bc} - R_{bt}| / R_{bt} \times 100$$

●最大局所誤差 E_5

$$E_5 = \max ||R_{jc} - R_{jt}| / R_{jt}| \times 100$$

ただし、 R_f , R_b はそれぞれ $\theta = 180^\circ$, 0° における津波高である。 $\max |R_j|$ は鉛直壁に沿った津波高の最大値で、本論文では最大津波高と呼ぶことにする。

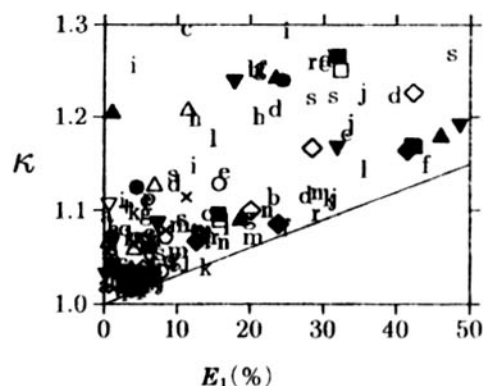


図-5 最大津波高の計算誤差と k の関係

例として、図-5に k と最大津波高の誤差 E_1 との関係を示す。図-2からも分かるように、ある地点での計算結果は、格子間隔が小さくなるにつれて過小評価になったり過大評価になったりしながら理論値に近づく。したがって、全体としては計算精度が悪いにも関わらず、地点によっては再現された津波高が理論値と一致することもあり得る。最大津波高に関しても同様である。図-5で、 k が大き

くても E_1 が小さいケースがあるのはこのためである。しかし、 k は計算誤差の標準偏差だから、 k によって決まる計算誤差の事実上の上限値が存在する。図-5を見ると、図中の曲線より左側でデータがばらついた形になっており、曲線が k によって決まる E_1 の上限値であると見なしてよいであろう。

図-5と同様に、 k と各種誤差の上限値との関係を求めた結果を表-2に示す。表から、最大津波高の誤差を10%以内に抑えたいなら、 $k < 1.03$ になるよう格子間隔を決定すればよいことが分かる。また、そのとき、任意地点における津波高の計算誤差は最大津波高の15%以内である。

表-2 各種誤差の上限値と k の関係

k	各種誤差の上限値 (%)				
	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
1.015	5	8	5	5	13
1.02	7	11	6	6	17
1.03	10	15	9	9	24
1.04	13	18	11	12	29
1.05	17	21	14	15	33
1.06	20	24	17	18	37

図-4を用いて $k < 1.03$ になるよう基準を決定すれば、島の遡上高分布を再現するための格子間隔選定基準として次式が得られる。

$$r_1 / (\xi_1 \Delta x) > 55 \quad (18)$$

また、最大遡上高の誤差を5%以内に抑えたいなら、 $k < 1.015$ になるよう、

$$r_1 / (\xi_1 \Delta x) > 110 \quad (19)$$

にする必要がある。

ところで、上式のパラメタは以下のように変形できる。

$$\frac{r_1}{\xi_1 \Delta x} = \frac{\sqrt{gmr_0 T}}{\Delta x} \frac{1}{4\pi} (\sqrt{r_0} + \sqrt{r_2}) \quad (20)$$

実際の島では、 r_2/r_0 が0.5~10程度の値を取ることが多い。このとき、 $(\sqrt{r_2/r_0} + \sqrt{r_0/r_2})$ の

値は2~3.5の範囲であり、それほど大きく変化しない。したがって、 r_2 が含まれない簡単なパラメタ

$$\sqrt{gmr_0}T/\Delta x \quad (21)$$

を使用し、格子間隔選定基準(18)、(19)の簡便な近似式を作ることができる可能性がある。

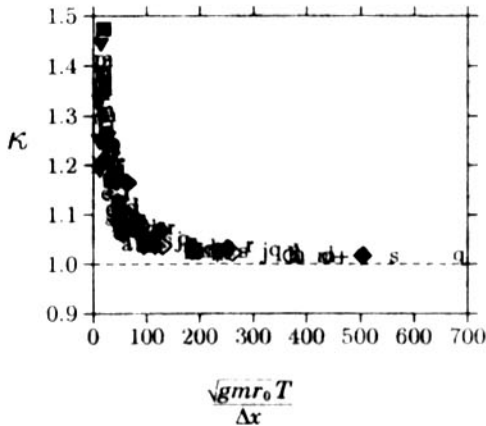


図-6 格子間隔による k の変化(2)

新しいパラメタ(21)と k の関係を図-6に示す。図から、 k が比較的大きい領域では先のパラメタに比べて相関がやや悪いが、 k が小さい領域では先のパラメタと同程度の相関があることが分かる。したがって、必要とする計算精度に $k=1.03$ 程度か、より厳しい値を想定するなら、簡単な新しいパラメタを使うことに問題はないであろう。

新しいパラメタを使うと、 $k < 1.03$ に対応した基準として次式が求められる。

$$\sqrt{gmr_0}T/\Delta x > 300 \quad (22)$$

同様に、 $k < 1.015$ に対応した基準として次式が求められる。

$$\sqrt{gmr_0}T/\Delta x > 600 \quad (23)$$

これらの基準により、島の遡上高分布を精度よく再現するために必要な格子間隔を簡便に決定できる。

なお、図-6における k の上限値は、ほぼ

$$k = 1 + 9(\sqrt{gmr_0}T/\Delta x)^{-1} \quad (24)$$

で近似できる。上式と表-2を使うことにより、最大津波高などに必要とされる計算精度を仮定すれば、それを満たすための格子間隔

の基準が容易に決定できる。

4. 捕捉水深

前節では、次元解析的な手法により格子間隔選定基準(18)、(19)を決定し、近似式として式(22)、(23)を提案したが、ここではパラメタ(21)中に現れる、水深の次元を持つ量 mr_0 が何を意味するかを考察しよう。

島周辺に入射してきた津波は、屈折の効果により島の海岸線に向かうように方向を変えられるため、島に津波エネルギーが集中する。また、島からの反射波の一部は、屈折し、再び海岸線に達する。島は、このように津波を捕捉するという特徴を持つ。

Longuet-Higgins (1967) によれば、水深 h が r のみの関数であるとき、捕捉の起こる条件は次式で与えられる。

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{h}{r^2} \right) \geq 0 \quad (25)$$

この条件を満たすと、島の同心円に接するような波向線の曲率半径が同心円の曲率半径より小さくなり、波向線が円の内側に曲がっていく。水深が $h = m(r - r_0)$ の場合、

$$r \leq 2r_0 \quad (26)$$

ならこの条件を満たす。

すなわち、津波は $r \leq 2r_0$ の領域に捕捉されると言える。津波が捕捉される領域の外縁における水深を捕捉水深 h_t と呼ぶことにすると、 h_t は

$$h_t = m(2r_0 - r_0) = mr_0 \quad (27)$$

である。すなわち、パラメタ(21)中の mr_0 とは捕捉水深であり、パラメタ(21)は捕捉水深を使った波長(捕捉領域外縁における波長)の分割数と解釈することができる。

5. パラメタ(21)の物理的意味

島においては、捕捉現象が遡上高に重要な影響を与えるので、数値計算の精度が捕捉水深を使った波長の分割数で記述できることは非常にもつとらしい。ここではさらに、捕捉水深を使った波長の分割数が、屈折に関する数値計算の精度を代表し得ることを示す。

屈折の効果に着目すると、波向線の到達位

置のずれを D , 波長を L とすると, L/D が

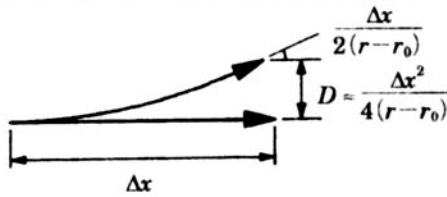


図-7 波向線の誤差の評価

数値計算の精度を代表するパラメタになり得るであろう。波向線方程式に波速 $c = \sqrt{gh}$, $h = m(r-r_0)$ を代入すると, x 軸に対する波向線の角度を Θ , 波向線に沿った座標を s とし, 円錐島の斜面上での波向線の角度変化を表す次式が得られる。

$$d\Theta/ds = \sin(\Theta - \theta) / |2(r-r_0)| \quad (28)$$

波向線方程式(28)から, 波向線の角度は Δx 間に最大で $\Delta x / |2(r-r_0)|$ 変化する。佐山ら(1986)が行った一様勾配斜面上での津波伝播に関する検討によると, Leap-Frog 法による津波数値計算の結果から求めた波向線は, スネルの法則を用いて Δx 間隔で折れ線を連ねて求めた波向線とはほぼ一致する。したがって, 既往の津波数値計算手法では, 近似的に Δx 間で波向が変化しないと見なしてよいであろう。そこで, 波向線位置に関し, Δx 間に最大で $\Delta x^2 / |4(r-r_0)|$ の計算誤差が生じる(図-7参照)。したがって, 波向線到達位置の誤差 D は

$$D = \Delta x^2 / (r-r_0)$$

で特性付けられる。一方, 波長は波が汀線に近づくると短くなり, 汀線付近での r 方向波長 L_r は

$$L_r = 1/\alpha (= gmT^2) = (r-r_0)/\xi^2$$

で表される。したがって,

$$L_r/D = |(r-r_0)/(\xi\Delta x)|^2 \quad (29)$$

と評価できる。津波が捕捉される領域の外縁 $r=2r_0$ の値を使うと, $r=2r_0$ における ξ の値が β なので, 上式は以下のように表される。

$$L_r/D = |r_0/\beta\Delta x|^2 = (\sqrt{gm}T/\Delta x)^2 \quad (30)$$

したがって, パラメタ(21)は, 波が捕捉される領域における, 屈折に関する計算精度を代表していると言える。

なお, 式(30)で r_0 を r_1 に, $\beta(=\xi|_{r=2r_0})$ を

$\xi_1(=\xi|_{r=r_1})$ にと, それぞれ島の斜面外縁での値に置き換えると, 先に次元解析的に求めたパラメタ(15)が出てくる。このことから, パラメタ(15)が波が捕捉される領域での計算精度を記述するパラメタであるのに対し, 先のパラメタ(21)は島全体での平均的な計算精度を記述するのに適したパラメタであると言える。パラメタ(21)には, 捕捉水深より深い海域の情報が含まれていないにも関わらず, 相田のパラメタ k との相関がそれほど悪くならない。これは, 汀線から離れた水深の大きな海域ではあまり計算誤差が生じず, 捕捉が生じる領域での誤差が支配的であるためであろう。

6. 格子間隔基準の具体例

奥尻島のように方向によって勾配が著しく異なる場合に本研究の結果をそのまま適用することには問題もあるが, 例として奥尻島の平均的なパラメタとして $r_0=8\text{ km}$, $m=0.075$ を使い, 最大津波高の誤差を10%以内に抑えるための式(22)の基準を適用すると, 北海道南西沖地震津波 ($T=480\text{ s}$) を計算する際に必要な格子間隔として, 123m という基準が得られる。また, 勾配として青苗海脚付近の $1/120$ を使った場合, 同様に41m という基準が得られる。これは円錐形の単純なモデルを使用して得られた結果であり, 詳細な地形を考慮すれば, より細かな格子を使用しなければならないこともあり得る。しかし, 少なくとも, 奥尻島での遡上高を再現するには, 平均的に120m, 青苗海脚で40mより細かい格子を採用する必要があると結論できる。同様に, 最大津波高の誤差を5%以内に抑えるために式(23)を使用すると, 平均的に60m, 青苗海脚で20m という基準が得られる。

なお, 津波危険度評価などでは, 様々な震源を仮定するから, そこから発生する津波の周期も様々に変化する。したがって, 津波危険度評価などに使うことが目的で地形データベースを作成するのなら, 周期としては, 津波で考えられるもっとも短い周期である5分程度の値を使う必要があるであろう。例とし

て、奥尻島、隠岐島後、伊豆大島について周期5分として格子間隔基準を求めると以下の結果を得る。

- ・奥尻島 ($m=0.075$, $r_0=8000\text{m}$)
10% : $\Delta x=77\text{m}$, 5% : $\Delta x=38\text{m}$
- ・隠岐島後 ($m=1/60$, $r_0=9000\text{m}$)
10% : $\Delta x=38\text{m}$, 5% : $\Delta x=19\text{m}$
- ・伊豆大島 ($m=0.14$, $r_0=5500\text{m}$)
10% : $\Delta x=87\text{m}$, 5% : $\Delta x=43\text{m}$

したがって、これらの島の周辺では100m間隔の格子では大きすぎ、十分な計算精度が得られない場合が出てくる可能性が高い。最低でも50m間隔の格子が必要で、場合によってはさらに細かい格子を使う必要があるだろう。

7. 結 論

藤間らが求めた円錐形の島回りの過渡波解を若干修正し、汀線付近に鉛直壁を設置した島回りの過渡波解を求めた。理論解との比較により、格子間隔による数値計算の精度の変化を検討し、計算精度の変化が簡単なパラメタ(21)で記述できることを示した。このパラメタは捕捉水深を使った波長の分割数であり、捕捉領域における屈折に関する計算精度を代表するパラメタである。

最大遡上高などに関して必要な計算精度を仮定すれば、式(24)と表-2を使うことにより、それを満たすための格子間隔の基準が容易に決定できる。具体例として、島の最大津波高の誤差を10%以内に抑えるための格子間隔の基準(22)と誤差を5%以内に抑えるための基準(23)を使い、北海道南西沖地震津波をターゲットとした奥尻島での格子間隔基準や、周期5分の津波をターゲットとした奥尻島、隠岐島後、伊豆大島における格子間隔の基準を求めた。

付録. $G_{n,\beta}$ の導出結果

微分方程式(2)の解 $G_{n,\beta}$ は $F_{n,\beta}$ と同様の手法により求めることができる。 $\xi=0$ 近傍での級数解を以下に示す。ただし、 a_k , b_l , c_l 等は文献 [藤間・後藤, 1994] の定義に従う。

$$G_{n,\beta}(\xi) = F_{n,\beta}(\xi) \log \xi + \sum_{k=1}^{\infty} h_k \xi^k \quad (31)$$

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= 0, \\ h_2 &= -\frac{b_2}{4} a_0 - a_2, \\ &\vdots \\ h_k &= -\frac{2}{k} a_k - \frac{1}{k^2} \sum_{l=1}^k b_l a_{k-l} \\ &\quad - \frac{1}{k^2} \sum_{l=1}^{k-2} (k-l) b_l + c_l | h_{k-l} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

これ以降、文献 [藤間・後藤, 1994] と同じ操作を行うことにより解を求めることができる。

ただし、実際に $G_{n,\beta}$ を計算する際には、 $F_{n,\beta}$ に比べて級数の項数を増やすか、または級数解を適用する区間を短く設定する必要があった。

参 考 文 献

- 長谷川賢一・鈴木孝夫・稲垣和男・首藤伸夫 (1987) : 津波の数値実験における格子間隔と時間積分間隔に関する研究, 土木学会論文集, No.381/II-7, pp.111-120.
- Goto, C. and N. Shuto (1983) : Numerical Simulation of Tsunami Propagation and Runup, Tsunamis : Their Science and Engineering, pp.439-451.
- 藤間功司・Yuliadi, D.・Briggs, M. J.・正村憲史・重村利幸・後藤智明 (1998) : 過渡的な入射波形をもつ津波の島への遡上, 土木学会論文集, No.586/II-42, pp.105-115.
- 藤間功司・後藤智明 (1994) : 円錐形の島に捕捉された長波の特性, 土木学会論文集, No.497/II-28, pp.101-110.
- 佐山順二・後藤智明・首藤伸夫 (1986) : 屈折に関する津波数値計算の誤差, 第33回海岸工学講演会論文集, pp.204-208.
- Longuet-Higgins, M. S. (1967) : On the Trapping of wave energy round islands, J. Fluid Mech., Vol.29, part 4, pp.781-821.