

島の津波遡上高に及ぼす非定常性の効果

藤 間 功 司*・Dede Yuliadi**・Michael J. Briggs***

1. はじめに

近年、津波が島を襲い、大きな被害を与えるケースが相次いでいる。その原因のひとつとして、島が津波を捕捉し、増幅させる性質をもつことが挙げられる。これにより島のもつ津波増幅機構の特性を明らかにする必要が生じた。

そこで、藤間・後藤(1994)は、円錐形の島に定常正弦波が入射した場合の波の挙動を表す理論解を求め、島における津波増幅の基本的特性を明らかにした。また、水理実験との比較により理論解の適用性を検証した(Yuliadi, 1994; Fujimaら, 1995)。さらに藤間ら(1995)は、捕捉の効果が効く場合、既往の津波数値計算モデルが島の津波遡上高を過小評価することを示し、上述の理論解を用いて伊豆・小笠原諸島の津波増幅特性について検討した。

一方、Briggsら(1994, 1995)は、円錐形の島への孤立波の遡上に関する水理実験を行った。Liuら(1994, 1995)は、従来の津波数値計算手法により、Briggsらの実験結果およびFujimaらの実験結果の再現計算を行い、波高が小さい孤立波の挙動は既往の津波数値計算モデルで良好に再現できることを示した。しかし、藤間らの結果と同様、入射波が定常正弦波で捕捉の効果が効く場合、既往のモデルでは誤差が大きくなることが示された。

以上のように、これまでの検討では入射波を孤立波または定常的な正弦波列として扱っており、現実の津波の複雑な波形を考慮していない。もちろん、数値計算では任意の入射

波形を与えることができるが、捕捉の効果が効く場合、数値計算の精度が悪くなるため、格子間隔を非常に小さくする必要がある。したがって、様々な入射波形に対する検討を行う場合、数値計算は必ずしも得策でない。一方、理論解析では地形近似の上で制限があるものの、遡上高が簡単に算出でき、しかも捕捉の効果が効く場合でも良好な精度を有する。したがって、捕捉の効果が効く可能性がある過渡的な入射波に対し様々な検討を行う場合には、理論解析が有効である。

そこで、ここでは過渡的な入射波に対する理論解を求める。また、Yuliadi(1994)の単一波を用いた実験結果、およびBriggsら(1994, 1995)の孤立波を用いた実験結果と比較し、理論解の妥当性を検証する。次に、様々な入射波形を仮定し、円錐形の島の津波遡上高に対する非定常性の効果について検討する。

2. 理論解

(1) 定常解

図-1に示したように、島の海岸線の半径を r_0 、勾配を m とする。すなわち、島斜面上では、水深 h は $h=m(r-r_0)$ で表される。 $r>r_1=r_0+r_2$ では、水深 $h_1(=mr_2)$ の水平床とする。

いま、島の中心を原点とし、入射波の進行方向を x 軸に取る。入射波振幅を1、角振動数を σ とし、入射波を以下のように表す。

$$\eta = e^{i\sigma(x-t)} \quad (1)$$

ただし、

$$k_1 = \frac{\sigma}{\sqrt{gh_1}} \quad (2)$$

である。

*防衛大学校

**Indonesian Naval Hydro-Oceanogra. Service

***WES, CERC

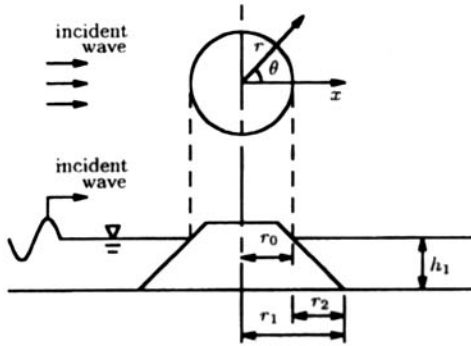


図-1 モデル地形

この入射波に対する島斜面上 ($r < r_1$) の解は次式で与えられる。(藤間・後藤, 1994)

$$\eta = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n F_{n,\beta}(\xi) e^{in\theta - \sigma t} \quad (3)$$

ただし,

$$\alpha = \frac{\sigma^2}{gm} \quad (4)$$

$$\beta = 2\sqrt{\alpha r_0} \quad (5)$$

$$\xi = 2\sqrt{\alpha(r-r_0)} \quad (6)$$

であり, $F_{n,\beta}$ は藤間・後藤の導いた関数である。 β は島近傍における波数に関連したパラメータであり, 式(2)によって変形し,

$$\beta = 2\sqrt{\frac{r_0}{gm}} \sigma = 2\sqrt{r_0 r_2 k_1} \quad (7)$$

と表わすこともできる。

水平床土 ($r > r_1$) の解は次式で与えられる。

$$\eta = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{i^n J_n(k_1 r) + B_n H_n^{(1)}(k_1 r)\} e^{in\theta - \sigma t} \quad (8)$$

複素定数 A_n , B_n は $r=r_1$ で斜面上の解と水平床土上の解による水位と流量が連続に接続するよう, 次式で与えられる。

$$A_n = \frac{2^{n+1}}{\pi k_1 r_1} \frac{1}{C_n} \quad (9)$$

$$B_n = i^n \{F'_{n,\beta}(2\sqrt{\alpha r_2}) J_n(k_1 r_1) - F_{n,\beta}(2\sqrt{\alpha r_2}) J'_n(k_1 r_1)\} / C_n \quad (10)$$

$$C_n = \{F_{n,\beta}(2\sqrt{\alpha r_2}) H_n^{(1)\prime}(k_1 r_1) - F'_{n,\beta}(2\sqrt{\alpha r_2}) H_n^{(1)}(k_1 r_1)\} \quad (11)$$

(2) 非定常解

過渡的な入射波の波形は, 次式で表わすことができる。

$$\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\sigma) e^{i\alpha r - \sigma t} d\sigma \quad (12)$$

フーリエ変換の原理から, この入射波に対する島周辺での解は次式で与えられる。

$$\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\sigma) \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n F_{n,\beta}(\xi) e^{in\theta - \sigma t} \right\} d\sigma \quad (13)$$

しかし, 任意の入射波形に対し, 上式の厳密な積分を求めることは容易でない。そこで, ここでは上式の数値積分をとり, 近似解を求める。この手法では, 任意の入射波形に対する近似解を容易に求めることができ, 2次元の任意初期波形問題にも適用可能である。

近似解を求める手順は以下の通りである。

(1) Δx 間隔で N 個の空間点を設定し, 中央が島の中心とする。

(2) 初期波形を与える。計測された時間波形を用いる場合, 入射波が一定の波速 $\sqrt{gh_1}$ で進行していると仮定し, 計測波形を波形計測点付近に初期波形として与える。

(3) 初期波形をFFTによりフーリエ成分に分解する。

(4) 各フーリエ成分に対応する定常解を求め, 数値積分を行う。

ただしこの解は近似解であるので, まず波数空間 (波数は β に比例する) をどの程度細かく分割すれば理論解を精度良く近似できるか等を検討する必要がある。

藤間・後藤 (1994) の検討により, 実際の津波では $\beta = 0.3 \sim 13$ 程度であること, β が小さい波に対しては週上高が小さいこと, $\beta = 2 \sim 6$, $\beta = 8 \sim 12$ の周波数帯にいくつかの共振周波数があり, ひとつの共振バンド幅が $\beta = 0.1 \sim 0.5$ 程度であることなどが分かっている。したがって, 実用的には積分範囲をある程度限定することができるが, 積分の際にいずれかの共振周波数を無視してしまうことがないよう, $\Delta\beta$ を十分に小さく取る必要があると考えられる。また, Δx が大き過ぎるとエリアジングによる誤差が生じるので, Δx も十分に小さくする必要があると予想される。

後述する孤立波の実験波形を使って検討し

たところ、 β が0.2より小さい低周波成分、 β が20より大きい高周波成分、さらに、 ϕ が最大値の1%以下の微小成分を無視しても、解析結果にほとんど差を生じなかった。また、 $\Delta\beta$ が大きいと滑らかな遡上高分布が得られなくなり、 Δx が大きすぎると遡上高が全体的に過大または過小評価になることが分かった。

図-2は、同一の入射波形に対して様々なパラメタを使って近似解を求め、どのようなパラメタを用いればよいかをまとめたものである。図中、 $\beta_{N/2}$ はナイキスト周波数に対応した β の値を表わす。ただし、FFTで考慮される波数 k_1 は

$$k_1 = \frac{2\pi}{N\Delta x} (n=1, 2, 3, \dots, N/2) \quad (14)$$

なので、周波数分割幅 $\Delta\beta$ 、ナイキスト周波数 $\beta_{N/2}$ は次式で与えられる。

$$\Delta\beta = \frac{4\pi\sqrt{g\alpha_2}}{N\Delta x} \quad (15)$$

$$\beta_{N/2} = \frac{2\pi\sqrt{g\alpha_2}}{\Delta x} \quad (16)$$

図-2では、 $\beta_{N/2}=433$ 、 $\Delta\beta=0.0033$ としたときの解を基準に、最大遡上高の評価が誤差5%以内の場合を白丸、誤差5%以上の場合を黒丸、滑らかな遡上高分布が得られな

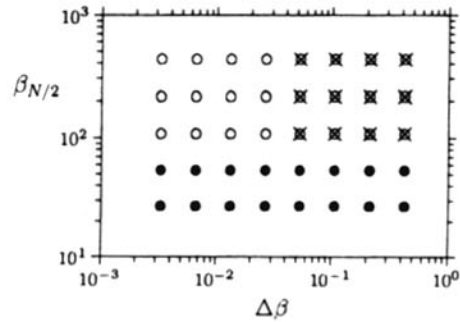


図-2 理論近似度の評価

かった場合を×印で表わしている。

図から、 $\Delta\beta < 0.03$ 、 $\beta_{N/2} > 80$ になるよう、 N と β を設定すれば良好な結果が得られると判断できる。理論解を精度良く近似するための $\Delta\beta$ 、 $\beta_{N/2}$ の限界値は入射波のスペクトル形状に依存するので一概には言えないが、本報告で用いた孤立波以外の入射波形に対しても、上記の基準により、ほぼ精度の良い結果が得られた。

3. 理論解の妥当性の検討

(1) Yuliadiの実験結果との比較

水理実験は図-3に示す防衛大学の平面水槽を用いて行なった。水槽中央部に勾配

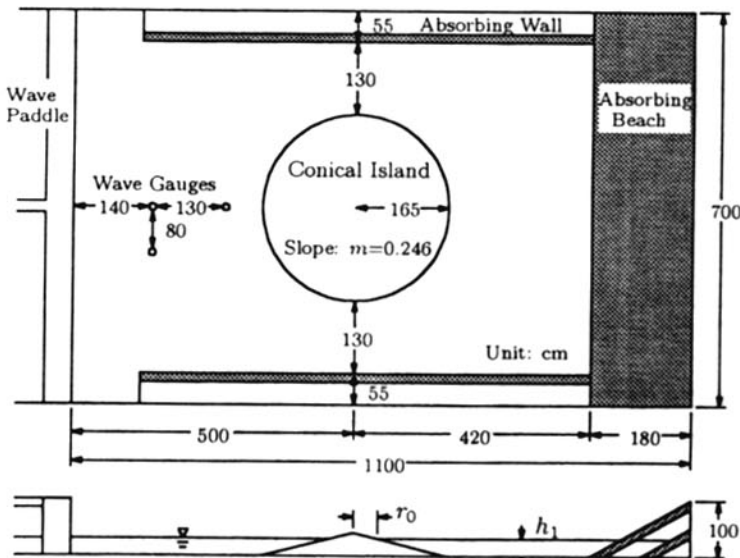


図-3 実験装置 (防大)

$m \approx 1/4$ の円錐形の島模型が設置してある。

島模型に1山1谷をもつ非周期的な波を入射させ、入射波形および島模型における遡上高分布を測定した。入射波形は、図-3中に示した沖側計測点において容量線式波高計により計測した。遡上高は、島模型の中心から22.5° 間隔で斜面上に目盛りを書き、目視により遡上地点の座標を読み取り、高さに換算することにより求めた。

実験条件は表-1に示す通りである。ただし、周期Tは造波プログラムで与えた目標値である。波高Hは、入射波形の計測データから、波頂と波谷の水位差により求めた値である。同じ水深と周期で波高を約0.5cm, 2cm, 4cmに設定し、合計12通りの実験を行った。

各実験ケースの遡上高分布に関し、水理実験結果と理論解析結果の比較を図-4~15に示す。ただし、 $N=16,384$, $\Delta x=4$ cmとした。すなわち、Case Aで $\Delta\beta=0.014$, $\beta_{N/2}=115$, Case B~Dで $\Delta\beta=0.016$, $\beta_{N/2}=$

表-1 実験条件

Case	h_i	T	H
A-1	29.6cm	4.5 s	0.52cm
A-2			2.0 cm
A-3			4.0 cm
B-1	19.7cm	3.0 s	0.56cm
B-2			2.3 cm
B-3			4.0 cm
C-1	19.7cm	2.5 s	0.43cm
C-2			2.0 cm
C-3			4.1 cm
D-1	19.7cm	2.0 s	0.35cm
D-2			2.2 cm
D-3			3.5 cm

130である。実際に計算で考慮されるフーリエ成分の数は初期波形によって異なるが、ほぼ200~1000程度であった。

図中、 θ は波の進行方向を0°として反時計回りに測った角度である。また、左側の図は入射波形として与えた波形記録である。

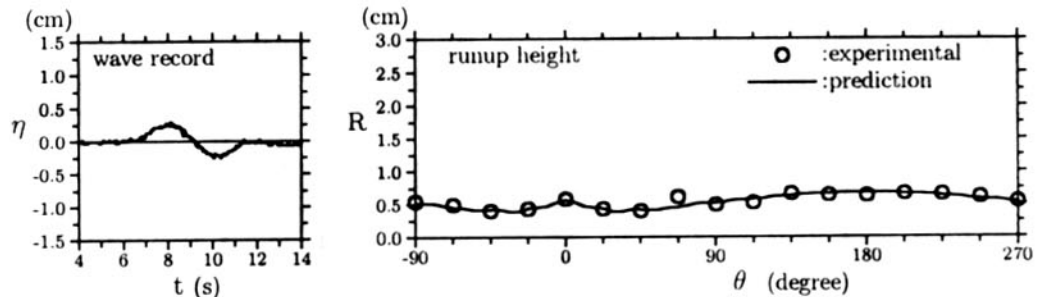


図-4 Case A-1の遡上高分布

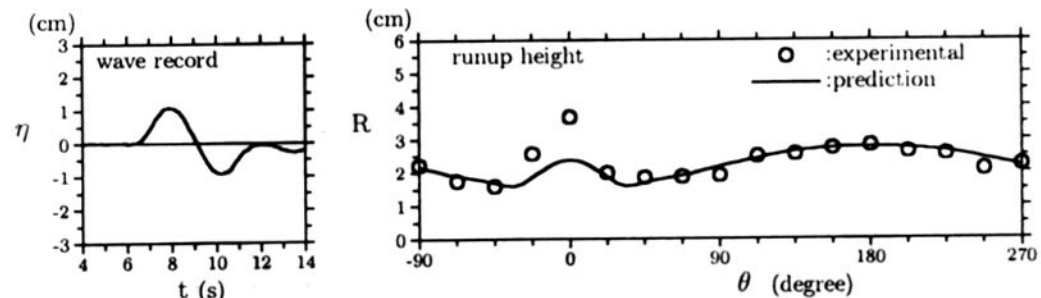


図-5 Case A-2の遡上高分布

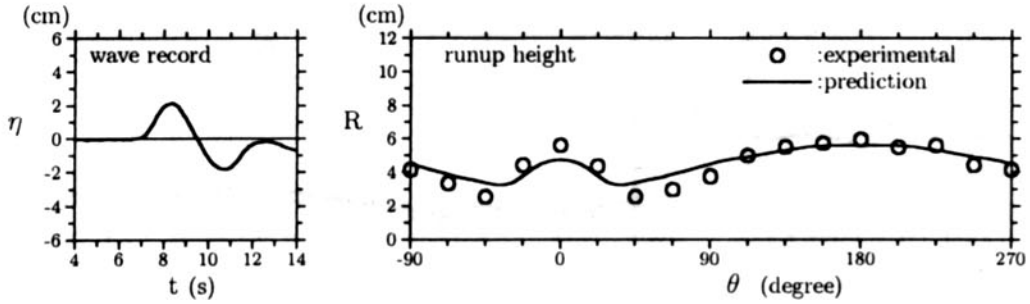


図-6 Case A-3の遡上高分布

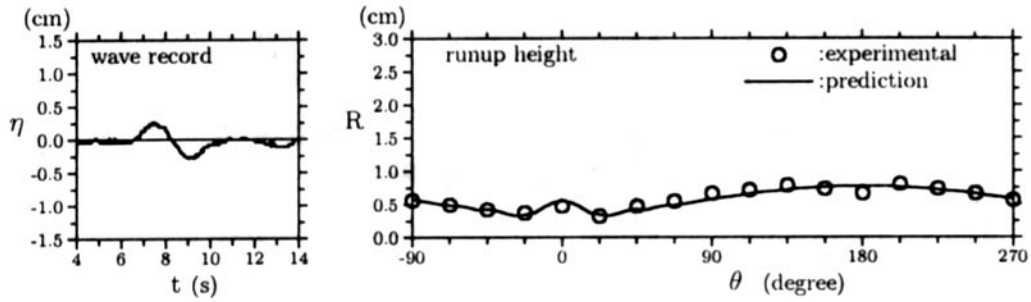


図-7 Case B-1の遡上高分布

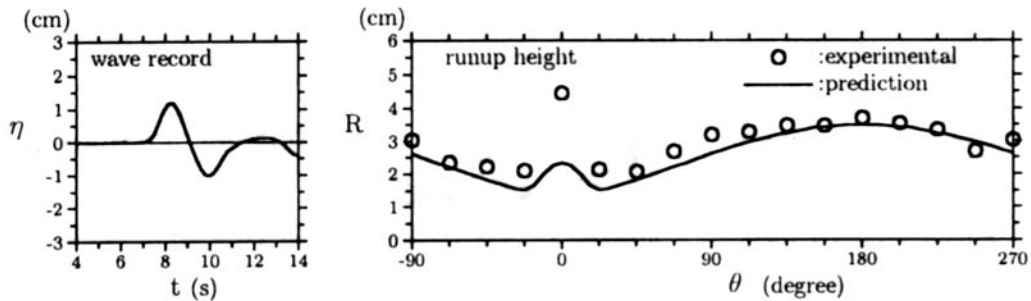


図-8 Case B-2の遡上高分布

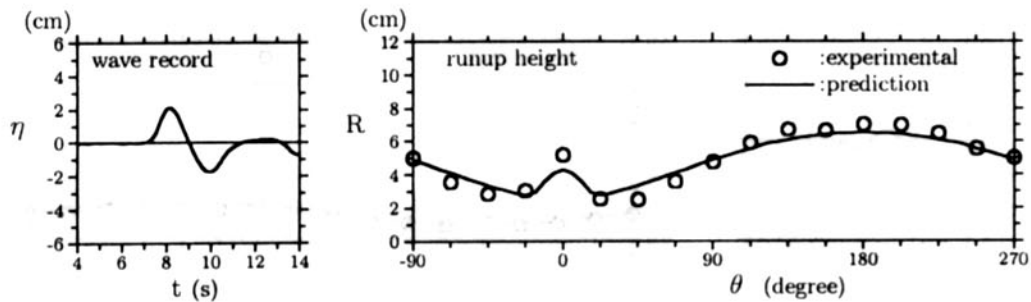


図-9 Case B-3の遡上高分布

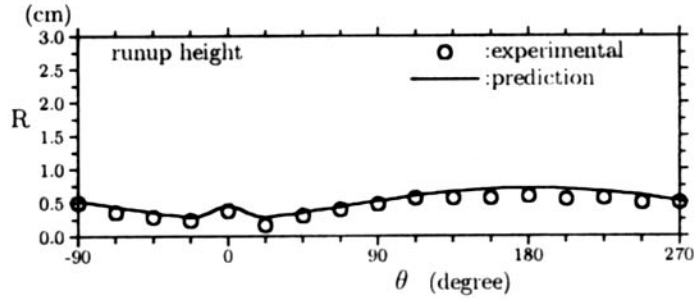
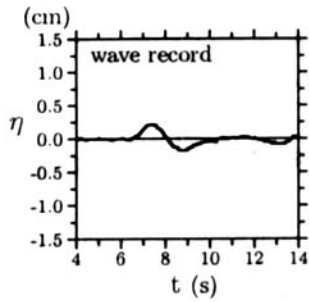


図-10 Case C-1の遡上高分布

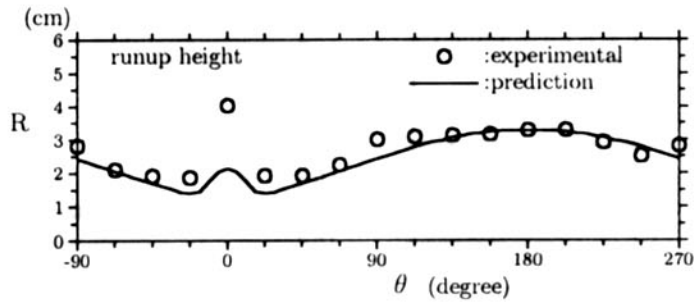
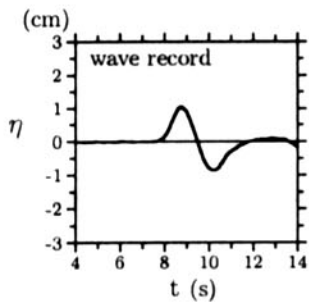


図-11 Case C-2の遡上高分布

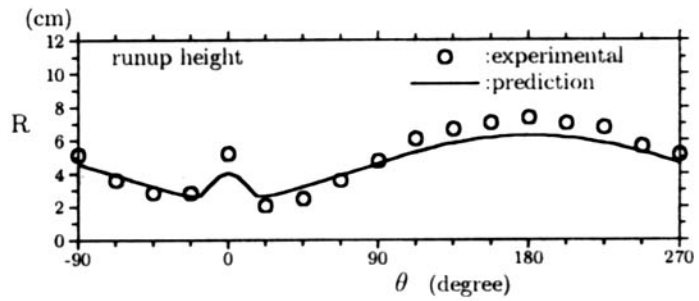
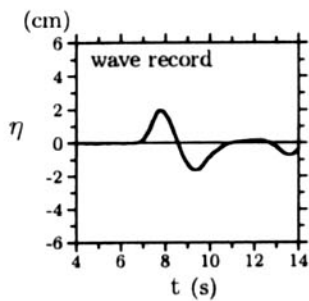


図-12 Case C-3の遡上高分布

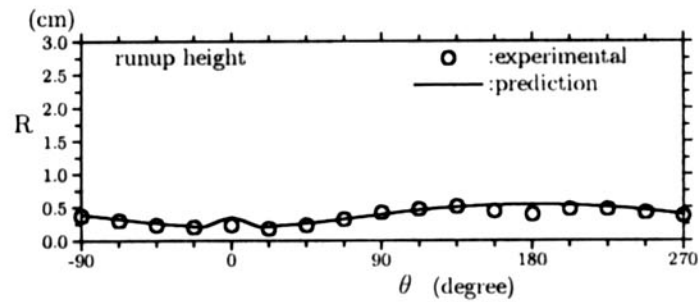
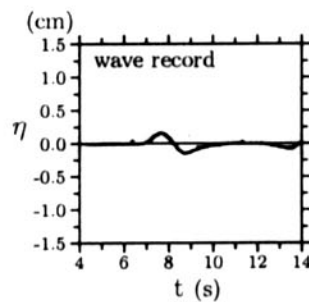


図-13 Case D-1の遡上高分布

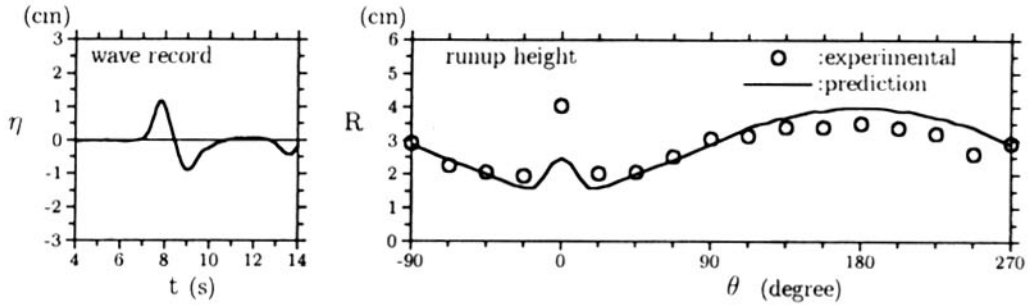


図-14 Case D-2の遡上高分布

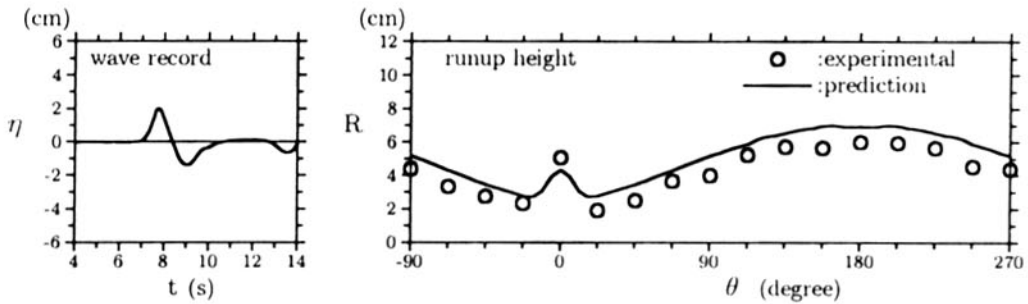


図-15 Case D-3の遡上高分布

図から、Case A～Dを通し、波高が約5mmのCase 1では本理論解が実験結果を精度よく再現していることが分かる。波高約2cmのCase 2でも、Case A～Dを通して、全体的な遡上高分布は理論によりほぼ再現されている。ただし、実験で観測されている島影($\theta = 0^\circ$)での大きな遡上高が理論で再現されていない。島影の大きな遡上高は、島の両側から回ってきた波の衝突によって生じたもので、非線型性、分散性が無視できないと考えられる。波高約4cmのCase 3では、波高2cmの場合よりむしろ理論値と実験値が一致しているように見える。しかし、波高4cmの場合、島周辺で砕波などの現象が生じており、線形理論の適用範囲を越えていると考えられる。線形理論でここまで遡上高が予測できたのは、線形理論で過小評価になる大きさと、現実に砕波などによって失われるエネルギーの大きさが偶然にも同程度であったためと見るべきであろう。

結局、波高を約5mmに設定した場合(水平

床における波高水深比で表わせば、 $H/h_1 < 0.03$)には本理論解で実験結果を精度よく再現でき、波高を約2cm以上に設定した場合($H/h_1 > 0.06$)には非線型性の影響が現れ、線形理論で実験値を再現できなくなると言える。

(2) Briggsらの実験結果との比較

実験に用いた Waterways Experiment Stationの平面水槽を図-16に示す。島模型は、Yuliadiの模型と同様、勾配1/4の円錐形であるが、Yuliadiの模型の約2倍の大きさを有する。水深 $h_1 = 32$ cmで、入射波は波高約1.4cmの孤立波である。ただし、理論解を求める際には、沖側の4個所の計測点で測定した時間波形を平均して入射波形として用いている。また、遡上高分布と併せ、島周辺の4個所で水位時間変化を測定している。

$N = 16,384$, $\Delta x = 10$ cm ($\Delta \beta = 0.013$, $\beta_{\text{max}} = 109$)として求めた理論解と実験値の比較を図-17, 18に示す。ただし、図-17は

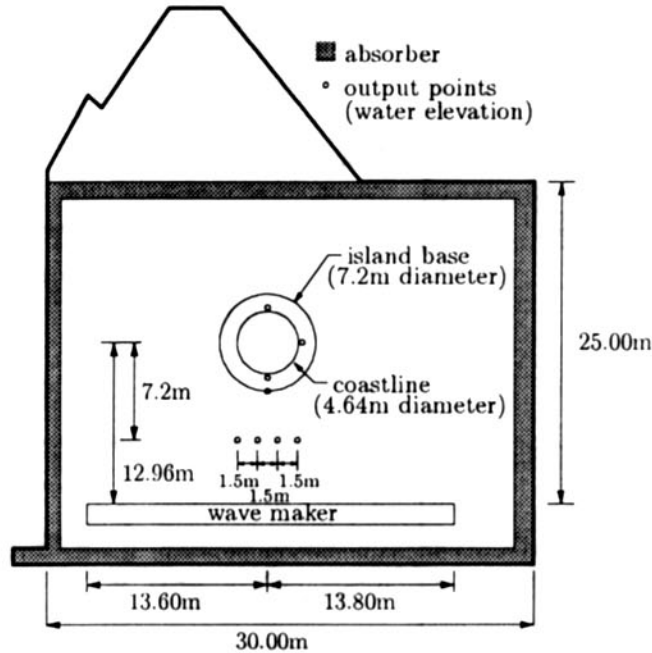


図-16 実験装置 (WES)

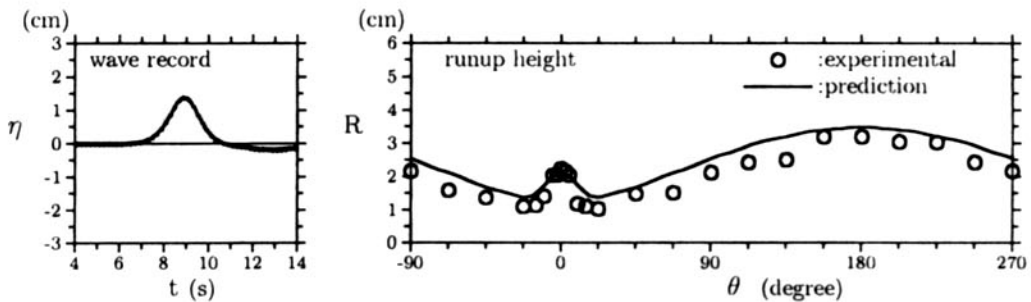


図-17 孤立波の遡上高分布

遡上高分布、図-18は水位時間変化の比較である。図から、入射波が孤立波の場合でも、波高が小さければ、島回りの水位変化や遡上高分布が理論解により精度よく再現されることが分かる。

以上の結果から、波高が十分小さな場合、本手法により過渡的な入射波の島回りの挙動が精度よく再現できると結論できる。

しかし、波高が大きくなると非線形性の影響が現れ、線形理論では実験結果を再現できなくなる。ただし、 $H/h_1=0.03$ は実用的には十分大きな値であり、実スケールの津波の

挙動を検討するには、本理論が十分な精度を有すると言える。

4. 計算例

まず計算例として、 $h_1=1500\text{m}$ 、 $m=0.075$ 、 $r_0=8\text{km}$ 、 $r_2=20\text{km}$ の島を考え、静穏な状態からひとつの波頂と波谷をもつ波が入射する場合の解析を行う。ただし、波高 $H=2.6\text{m}$ 、周期 $T=480\text{s}$ とし、 $t=0\text{s}$ で入射波の先端が島の中心から 100km の距離にあるものとする。島の諸元と波高、周期の値は、藤間・後藤

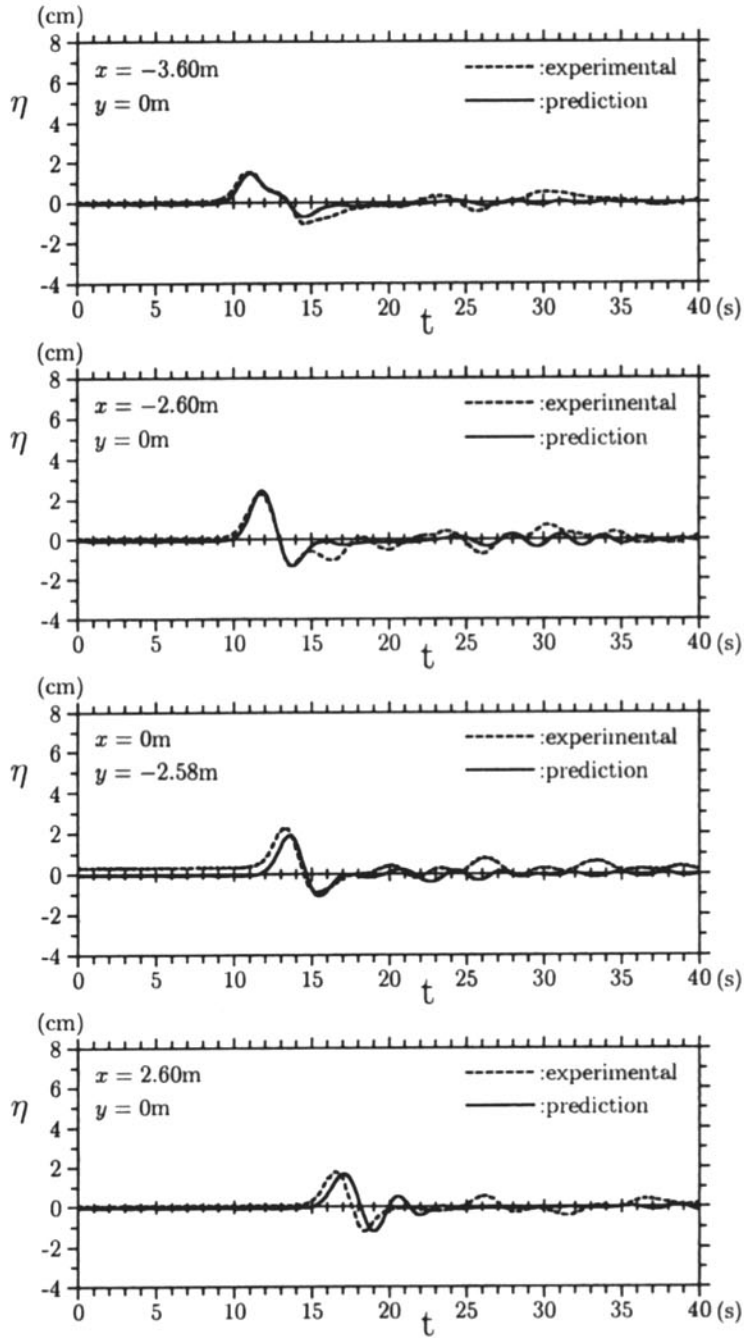


図-18 島周辺の水位時間変化

(1994) が奥尻島の北海道南西沖地震津波の痕跡高を定常波解析の結果と比較したときに用いた値と同一である。また、 $\Delta x=500\text{m}$ 、 $N=16,384$ とする。すなわち、 $\Delta\beta=0.019$ 、 $\beta_{\text{max}}=159$ である。

これらの諸元において、津波が寄せ波から始まる場合と引き波から始まる場合との遡上高の比較を図-19に示す。図中、点線が寄せ波から始まる場合で、実線が引き波から始まる場合の結果である。図から、入射波振幅が同じであっても、引きから始まる方が遡上高が高くなるのが分かる。

次に、3波の波列で、入射波振幅が徐々に高くなり、第3波目が最大(1.3m)になる場合と、入射第1波目が最大(1.3m)で徐々に振幅が小さくなる場合の比較を図-20に示す。この入射波形は、sin関数に1次関数を乗じて作ったものである。地形条件は先の例と同じで、 $m=0.075$ 、 $r_0=8\text{km}$ 、 $r_2=20\text{km}$ である。図から、3波目が最大となる場合の方が遡上高が高くなるのが分かる。

したがって、入射波の振幅最大値が同じであっても、その最大入射波の来襲以前にどのような運動が存在するかによって、遡上高が異なることが示された。

また、ここに挙げたふたつの例で比較した入射波形は、伝播の逆方向から見れば同一波形である。水平床上の1次元伝播問題では、初期波形が振幅を1/2として両側に伝播する。したがって、これらの例では、初期波源の両側に同じパラメータをもつ島が存在した場合、ふたつの島で遡上高が異なることを示している。

5. 定常解との比較

工学的には、過渡的な入射波を考えたとき、定常解と比べて大きくなり得るかが重要である。そこで、4波からなる波列を考え、1波目が最大の場合、2波目が最大の場合、3波目が最大の場合、4波目が最大の場合に、遡上高を定常解と比較した。ただし地形

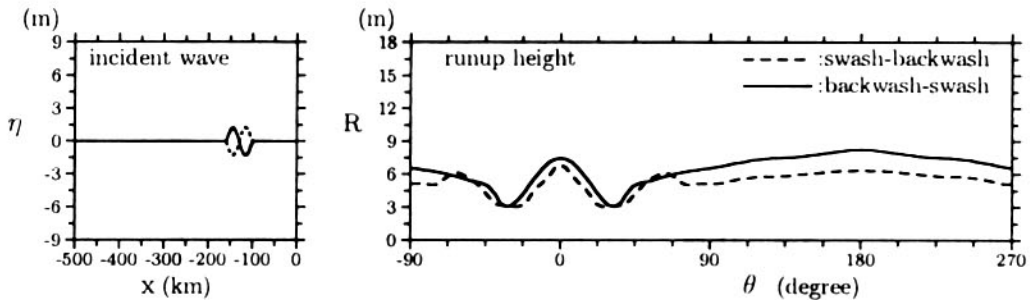


図-19 初動が寄せ波の場合と引き波の場合の遡上高の比較

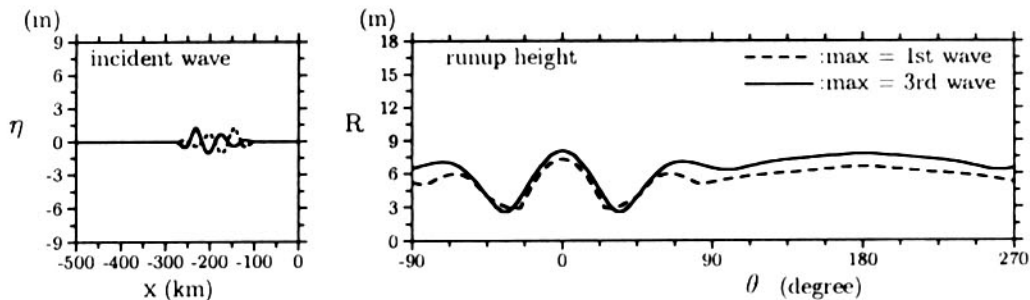


図-20 入射波振幅が変化する場合の遡上高分布

条件は前節と同じで、最大振幅はいずれも1.3m、周期480sとした。定常解を求めるときには振幅1.3mとした。結果を図-21~24に示す。

これらの結果では、部分的には過渡的な入射波による遡上高が定常波による遡上高を上回る地域もあるが、全体的には定常波の方が大きい遡上高を与えている。したがって、通常の津波波形の場合、定常波による解析を行えば、安全側に検討したことになる。藤間ら(1995)のように防災対策に使う場合、定常解を用いることに問題はないと考えられる。

次に、同程度の大きさの波が連続して入射する場合の遡上高を検討する。同じ大きさの波が連続して1~6波入射したときの遡上高と定常波による遡上高の比較を図-25~30に示す。

図から、第1波目の遡上高はそれほど大きくなく、島影では第3波、島前面では第6波によって最大遡上高がもたらされ、しかもそれは定常波による遡上高を上回っている。こ

のことは注意を払う必要がある。ただし、海岸線に沿った遡上高の最大値(島前面で現れる)に関しては、定常解と非定常解との差はそれほど大きくなく、約10%程度である。

6. 結 論

円錐形の島に過渡的な波が入射したときの波の挙動を表わす理論解を求めた。また、本理論解の妥当性を水理実験結果との比較により示した。

本理論解を用いて過渡的な波による遡上高を調べた結果、一般的には入射波列の中の最大波の振幅を用いれば、過渡的な波による遡上高が定常波の遡上高を上回らないことが分かった。したがって、藤間ら(1995)のように防災対策に使う場合、定常解を用いても問題はないと考えられる。

ただし、同程度の振幅の波が連続して入射する場合、その遡上高が定常波による遡上高を10%程度超えることがあり、注意を要する。

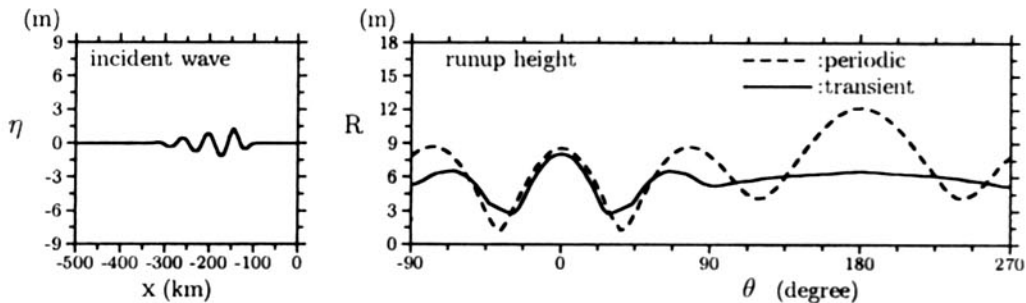


図-21 第1波が最大の場合

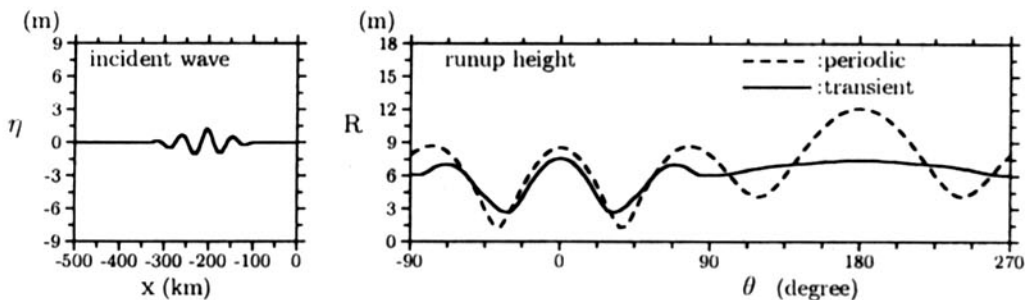


図-22 第2波が最大の場合

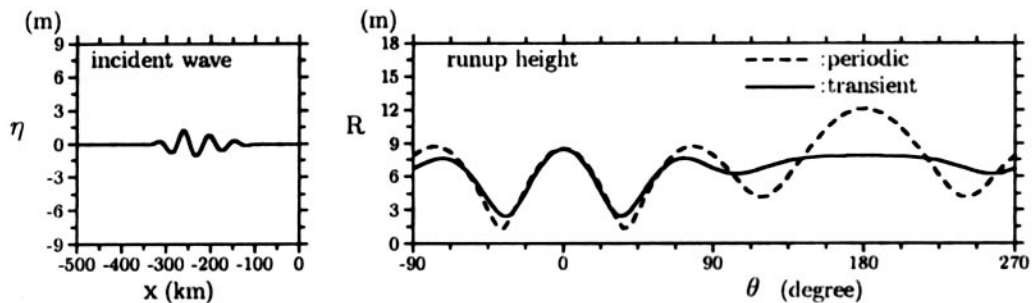


図-23 第3波が最大の場合

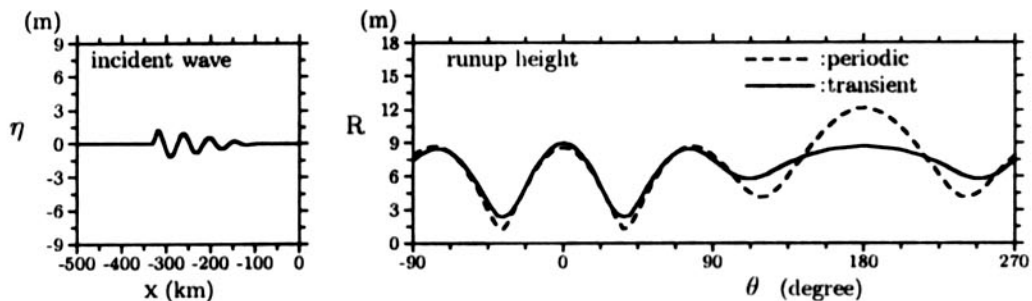


図-24 第4波が最大の場合

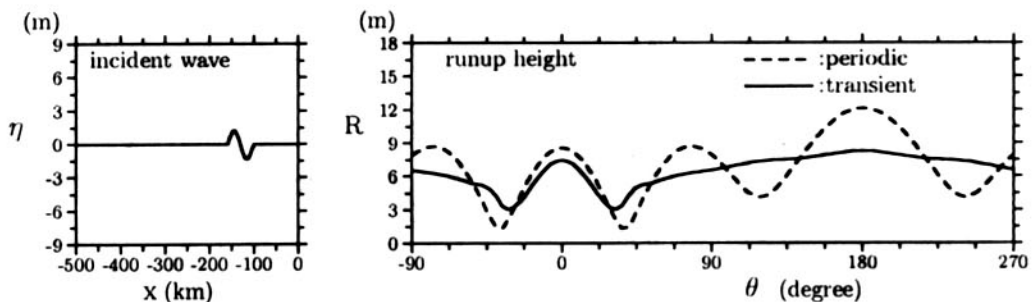


図-25 1波が入射した場合の遡上高分布

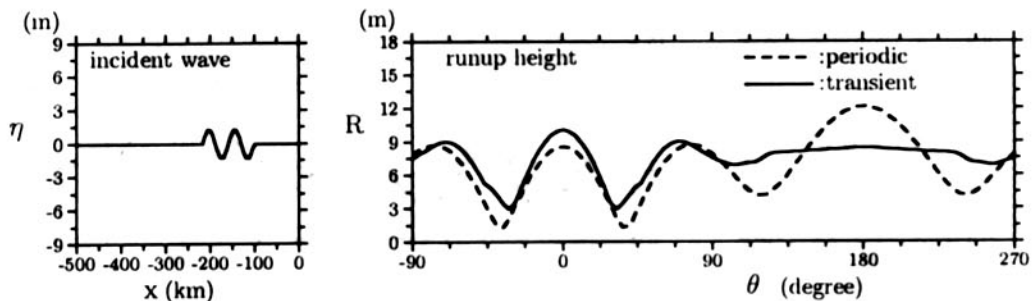


図-26 2波が連続して入射した場合の遡上高分布

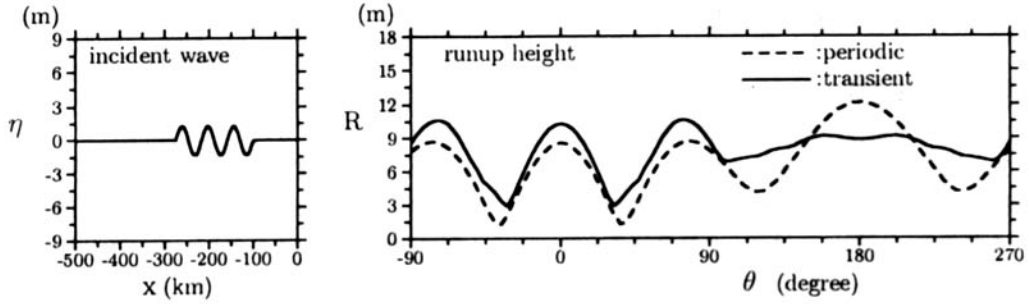


図-27 3波が連続して入射した場合の遡上高分布

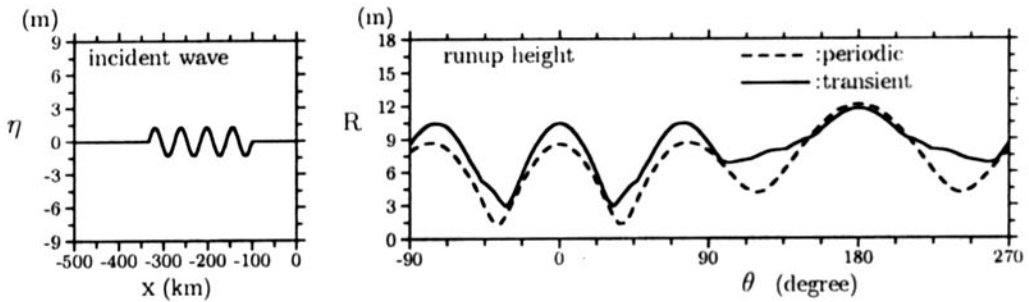


図-28 4波が連続して入射した場合の遡上高分布

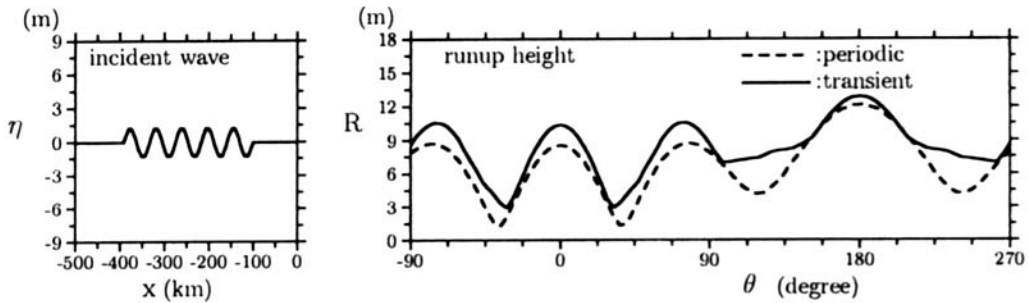


図-29 5波が連続して入射した場合の遡上高分布

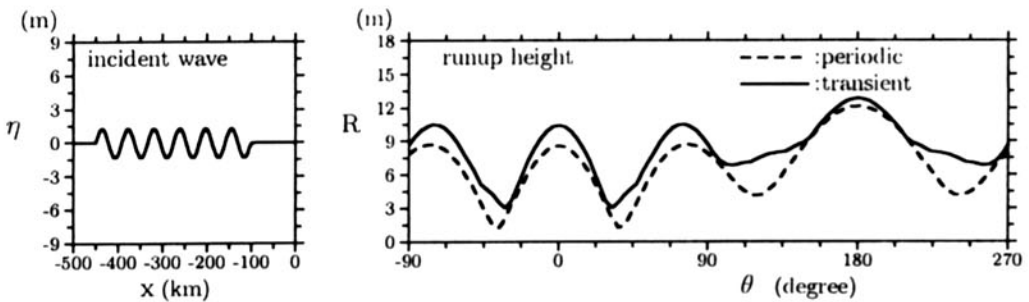


図-30 6波が連続して入射した場合の遡上高分布

参 考 文 献

- 藤間功司・後藤智明 (1994) : 円錐形の島に捕捉された長波の特性, 土木学会論文集, No.497/II-28, pp.101-110.
- 藤間功司・後藤智明・林建二郎・重村利幸・首藤伸夫 (1995) : 伊豆・小笠原諸島の津波増幅特性, 海岸工学論文集, Vol.42, pp.204-208.
- Briggs, M. J., C. E. Synolakis and G. S. Harkins (1994) : Tsunami Runup on a Conical Island, Proc. of the International Symposium on Waves-Physical and Numerical Modelling, pp.446-455.
- Briggs, M. J., C. E. Synolakis, G. S. Harkins and D. R. Green (1995) : Laboratory Experiments of Tsunami Runup on a Circular Island, Pure and Applied Geophysics, Vol.144, No.3/4, pp.569-593.
- Fujima, K. (1995) : Characteristics of Long Waves Trapped by Conical Island, Coastal Engineering in Japan, Vol.38, No.2 (印刷中).
- Liu, P. L.-F., Y.-S. Cho and K. Fujima (1994) : Numerical Solutions of Three-Dimensional Runup on a Conical Island, Proc. of the International Symposium on Waves-Physical and Numerical Modelling, pp.1031-1040.
- Liu, P. L.-F., Y.-S. Cho, M. J. Briggs, U. Kanoglu and C. E. Synolakis (1995) : Runup of Solitary Waves on a Circular Island, J. Fluid Mech., Vol.302, pp.259-285.
- Yuliadi, D. (1994) : Theory and Experiments of Long Wave Runup on a Conical Island, Master thesis of the National Defense Academy, 124p.